Werk

Titel: Klassische theoretische Physik

Ort: Berlin

Jahr: 1951

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?245319514_0040|log26

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

fähigkeit enthalten, insbesondere von solchen, in denen es (wegen Verschwindens einer gewissen Determinante) eine einparametrige Schar möglicher Stromverteilungen gibt. Die zugehörige Quadrateinteilung besitzt ein mehrfach überdecktes Gebiet, eine sog. Überlappung, die durch weitere Maßnahmen beseitigt wird. Besonders durchgeführt ist die Verwendung dieses Verfahrens zur perfekten einfachen Zerlegung von Rechtecken mit dem Seitenverhältnis 15:17 in Quadrate. Als Beispiele zu den Methoden sind mehrere einfach und perfekt zerlegte Quadrate explizit angegeben. *Alfred Stöhr.*

Klassische theoretische Physik.

● **Weizel, Walter: Lehrbuch der theoretischen Physik. II: Struktur der Materie.** Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verlag 1950. XII, 1540 S. mit 194 Textabbildungen.

Der 2. Band dieses Lehrbuches umfaßt die Abschnitte G, Elementare Atomtheorie (100 S.); H, Quantentheorie (220 S.); I, Moleküle, Chemische Bindung (80 S.); J, Statistik (30 S.); K, Struktur und Eigenschaften der Gase (140 S.); L, Struktur und Eigenschaften der zusammenhängenden Materie (140 S.), M, Kernphysik, Elementarteilchen (40 S.) und ein Sachverzeichnis für beide Bände. In G werden die einfachsten Erfahrungen der Atomistik und der Spektren behandelt. H geht aus von der Wellenmechanik, gewinnt dann die Matrizendarstellung der Quantentheorie und steigt auf bis zur Diracschen Theorie und der Quantentheorie der Wellenfelder. I behandelt im wesentlichen die zweiatomigen Moleküle, J die drei Statistiken und K kinetische Theorie, Elektrizitätstransport und elektrische Entladung. L stellt zunächst die Theorie der Gitter allgemein dar, behandelt dann mechanische, elektrische, optische Eigenschaften, Elektronentheorie der Metalle und den flüssigen Zustand. M gibt einen kurzen Abriß der Kernphysik (Elementarteilchen, einfache empirische Gesetzmäßigkeiten, Kernprozesse). — Das Buch, dessen vielen geschickten und klaren Formulierungen man das pädagogische und didaktische Können des Verf. anmerkt, stellt entsprechend seinem Umfang weniger ein Lehrbuch für die Anfänger als ein Nachschlagebuch dar, in dem der fortgeschrittene Student über die Grundlagen des einen oder anderen Teilgebietes der Atomphysik nachlesen kann. Für diesen Zweck ist das Buch ausgezeichnet geeignet, besonders, wenn parallel zu seiner Lektüre die experimentelle Literatur eingesehen wird, um im Bewußtsein der Lernenden den Eindruck zu vermeiden, daß er es mit rein rechnerischen Teilgebieten der Physik zu tun hat. *Bernhard Kockel.*

Mechanik:

● **Sears, Francis W.: Mechanics, heat, and sound.** — 2nd ed. (Principles of Physics Series.) Cambridge, Mass.: Addison-Wesley Press, Inc., 1950. 527 p. $ 6,00.

Man kann dieses Buch als eine elementare Einführung in die theoretische Physik auf den im Titel angegebenen Gebieten bezeichnen. Nach Darstellung und mathematischen Ansprüchen ist es zum Studium neben dem einführenden Kurs in Experimentalphysik und als Vorbereitung auf die Kurs-Vorlesungen über theoretische Physik sehr geeignet. Viele Aufgaben geben Gelegenheit, die erworbenen Kenntnisse zu festigen. *Josef Meixner.*

Barth, J. B.: Corioliskraft. Norsk mat. Tidsskr. **30**, 108—109 (1949) [Norwegisch].

Werenskiold, W.: Corioliskraft. Norsk mat. Tidsskr. **30**, 82—84 (1948) [Norwegisch].

Vogel, Théodore: Le problème aux vibrations propres et la méthode de l'escalier. Colloques internat. Centre nat. Rech. Sci. Nr. **14** (Méthodes de calcul dans des pro-

blèmes de mécanique, Marseille 30. 3.—6. 4. 1948; Paris 8.—9. 4. 1948), 35—39 (1949).

Bericht über die von J. Morris (The escalator method in engineering vibration problems, London 1947, dies. Zbl. **29**, 148) entwickelte „Stufenmethode" (Escalator method) zur Eigenwertberechnung: Die Eigenfrequenzen eines Systems von n Freiheitsgraden mit der kinetischen Energie $T = \Sigma a_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j$, der potentiellen Energie $V = \Sigma b_{ij} q_i q_j$, $a_{ij} = a_{ji}$, $b_{ij} = b_{ji}$ sind durch die Wurzeln $\lambda^{(n)}$ von $D(\lambda) = ||a_{ij}\lambda - b_{ij}|| = 0$ bestimmt. Legt man dem System die Bedingung $q_1 = 0$ auf und führt in bezug auf die übrigen q_i eine Hauptachsentransformation aus, so sind die $\lambda^{(n)}$ mit den Eigenwerten $\lambda^{(n-1)}$ und den zugehörigen normierten Amplituden des reduzierten Systems von $n-1$ Freiheitsgraden durch eine algebraische Gleichung n-ten Grades in $\lambda^{(n)}$, nämlich $D(\lambda^{(n)}) = 0$, verknüpft. — Nach dem bekannten Theorem von Routh liegt zwischen je zwei Werten $\lambda^{(n)}$ stets ein $\lambda^{(n-1)}$. Daher geht man zunächst stufenweise zurück bis zu einem System von 2 Freiheitsgraden, ermittelt leicht die zugehörigen $\lambda^{(2)}$ und die normierten Amplituden, hieraus durch Iteration $\lambda^{(3)}$, und steigt so Stufe um Stufe wieder zu dem gegebenen System von n Freiheitsgraden auf. — Zwei Zahlenbeispiele, davon eines für ein System mit 6 Freiheitsgraden, sind angeschlossen. *Fritz Reutter.*

Haag, Jules: Pendule conique isochrone. C. r. Acad. Sci., Paris **231**, 933—935 (1950).

Modifikation und Realisation einer von Ch. Huygens konstruierten, aber den Genauigkeitsanforderungen nicht entsprechenden Pendeluhr, so daß die Uhr brauchbar wird, wie durch Heranziehen der dynamischen Gleichungen gezeigt wird; wegen der Untersuchung des Einflusses der Fabrikationstoleranzen auf den Wert der Winkelgeschwindigkeit und der Ableitung einer praktischen Methode zur Regulierung des Pendels wird auf eine spätere Arbeit in den „Annales françaises de Chronométrie" verwiesen. *Otto Volk.*

Krall, Giulio: Mete lontane del moto dei sistemi dinamici. Pubbl. Fac. Sci. Ing., Univ. Trieste, Ser. A, Nr. 10, 12 p. (1947).

In der vorliegenden inhaltsreichen Schrift, die als „Vorübung" zum Kurs über höhere Mechanik an der Triester Universität bezeichnet ist, werden die Methoden für die Untersuchung der Bewegungen von dynamischen Systemen dargetan, die man Poincaré, Levi-Civita, Birkhoff u. a. und dem Verf. verdankt. Im einzelnen werden behandelt: 1. Das 3-Körperproblem einschließlich des Stoßproblems und der asymptotischen Voraussage, wenn der Zusammenstoß ausgeschlossen ist. 2. Die Verteilung der Energie in einem planetarischen System. 3. Die Bildung der Milchstraße. 4. Invariante Integrale und Stabilität nach Poisson. 5. Asymptotisches Verhalten der dynamischen Systeme. 6. Die ergodische Hypothese und ihre Modifikationen. 7. Die invarianten Adiabaten und ihre Anwendung in der Himmelsmechanik. 8. Spezielle Kriterien für die Untersuchung der asymptotischen Bewegungen. *Otto Volk.*

Chil'mi, G. F.: Dissipative Bewegungen in einem System von n-Körpern, die einander nach dem Newtonschen Gesetz anziehen. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. S. **71**, 847—850 (1950) [Russisch].

Verf. gibt hinreichende Bedingungen für das Auftreten dissipativer Bewegungstypen des n-Körperproblems an. Es wird folgendes Resultat bewiesen: Die Massen der n materiellen Punkte P_i $(i = 0, 1, \ldots, n-1)$ sollen durch m_i, ihre Abstände durch r_{ij} bezeichnet werden. Man führe die folgenden Bezeichnungen ein: $\varrho_i(t) = \min\limits_{j \neq i} \{r_{ij}\}$, $\sigma_i(t) = \min\limits_{j \neq i} \{dr_{ij}/dt\}$, $M_i = M_i'/M_i''$, wo $M_i' = \sum\limits_{j \neq i} m_i m_j$, $M_i'' = \min\limits_{j \neq i} \{m_i m_j/(m_i + m_j)\}$. Wenn nun die Anfangsbedingungen $\sigma_i(0) > 0$, $\sigma_i^2(0) > 8 M_i/\varrho_i(0)$ für einen bestimmten Wert von i erfüllt sind und für $t > 0$ keine Zusammenstöße zwischen den Punkten stattfinden, dann gilt die Beziehung

$\lim_{t \to \mp \infty} \varrho_i(t) = \infty$, d. h. die Entfernungen des Punktes P_i von allen übrigen Punkten wachsen unbegrenzt. Falls die benannten Bedingungen für alle Werte von $i (i = 0, 1, \ldots, n-1)$ erfüllt sind, findet also ein vollständiger Zerfall des Systems statt; in diesem Falle wird das System vom Verf. „vollständig dissipativ" genannt.

J. Földes.

Chil'mi, G. F.: Halbdissipative Bewegungen in einem System von n Körpern, die einander nach dem Newtonschen Gestz anziehen. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. S. **71**, 1041—1044 (1950) [Russisch].

Verf. untersucht hinreichende Bedingungen für das Auftreten halbdissipativer Bewegungen eines Systems von n materiellen Punkten, die einander nach dem Newtonschen Gesetze anziehen. Ein solches System wird halbdissipativ genannt, wenn es sich in zwei nicht leere Untersysteme zerteilen läßt, deren eines vollständig dissipativ ist, das andere dagegen nicht. Ein Teilsystem von $k < n$ Punkten $P_0, P_1, \ldots, P_{k-1}$ eines Systems von n Punkten $P_0, P_1, \ldots, P_{n-1}$ heißt vollständig dissipativ, falls die Abstände jedes Punktes $P_i (i = 0, 1, \ldots, k-1)$ von jedem Punkte $P_j (j = 0, 1, \ldots, n-1)$ bei $t \to +\infty$ unbegrenzt wachsen. — In der Bezeichnungsweise der vorsteh. referierten Arbeit, wo noch $M = \sum_{j=0}^{n-1} m_j$ gesetzt wird, lautet der vom Verf. bewiesene Satz folgendermaßen: Ist die Energiekonstante H des Systems positiv und sind die folgenden Bedingungen erfullt:

$$\sigma_i(0) > 0, \quad \sigma_i^2(0) > \frac{8 M_i}{\varrho_i(0)} (i = 0, 1, \ldots, k-1), \quad \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n-1} m_i m_j \left\{ r'_{ij}(0) - \frac{4 M_i}{\sigma_i(0)\, \varrho_i(0)} \right\}^2 > 2 M H,$$

so gelten fur $i = 0, 1, \ldots, k-1$ die Beziehungen $\lim_{t \to +\infty} \varrho_i(t) = \infty$, die Punkte $P_k, P_{k+1}, \ldots, P_{n-1}$ bilden aber kein vollständig dissipatives Teilsystem; falls dieses Teilsystem nur aus zwei Punkten besteht $(k = n-2)$, folgt also seine Stabilitat, während sich die übrigen k Punkte bei $t \to +\infty$ von diesen beiden und voneinander unendlich weit entfernen. Auf den Fall von drei Punkten angewandt, läßt dieses Ergebnis bei passender Wahl der Anfangswerte der Koordinaten und Geschwindigkeiten und mit Rücksicht auf die Reversibilität der dynamischen Vorgänge die Moglichkeit des Einfanges eines aus unendlicher Entfernung kommenden materiellen Punktes durch einen anderen in der Anwesenheit eines dritten erkennen. (Ein Körper wird von einem anderen Korper eingefangen, wenn fui ihre gegenseitige Entfernung r die Relation $\lim_{t \to -\infty} r = \infty$ gilt und es einen Zeitpunkt T und eine Zahl R derart gibt, daß für jedes $t > T$ die Ungleichheit $r < R$ gilt.) Die schon im vorigen Jahrhundert verbreitete Ansicht, daß Einfangsprozessen solcher Art entsprechende Losungen des allgemeinen Dreikorperproblems nicht existieren konnten, wurde in neuerer Zeit durch die das problème restreint betreffenden Arbeiten von v. Zeipel und Hopf, sowie durch ein ohne strengen Beweis mitgeteiltes Resultat von Chazy aus dem Jahre 1932 noch weiter verstärkt. Der vom Verf. erbrachte Nachweis der Moglichkeit (und daruber hinaus der positiven Wahrscheinlichkeit) des Einfanges ist für die kosmogonische Theorie von O. J. Schmidt von fundamentaler Bedeutung. — Der Beweis ist auf eine von O. J. Schmidt herrührende, nur die relativen Geschwindigkeiten enthaltende Form des Energieintegrals, sowie auf Ergebnisse der vorsteh. referierten Arbeit begründet.

J. Foldes.

Chil'mi, G. F.: Der Virialsatz in der Himmelsmechanik. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. S. **70**, 393—396 (1950) [Russisch].

Es wird die übliche Behandlung des Virialsatzes kritisch erörtert, und eine neue genauere Fassung angegeben. Bekanntlich lautet die gewöhnliche Formulierung dieses Satzes folgendermaßen: In einem statistisch-stationären System von n Körpern, die einander gemäß dem Newtonschen Gesetze anziehen, gelten die Beziehungen $U = \text{const.}$, $W = \text{const.}$, $U = 2W$ und $U = -2H$, wo $-U$ die potentielle und W die kinetische Energie des Systems bedeutet. Diese Behauptung wird gewöhnlich aus dem Energieintegral $W = U + H$ und der sog. Lagrange-Jacobischen Gleichung $d^2I/dt^2 = 2(U + 2H)$ unter der Annahme $d^2I/dt^2 = 0$ abgeleitet, die durch die aus der Stationarität des Systems folgende annähernde Konstanz des auf den Massenmittelpunkt des Systems bezogenen Trägheitsmoments $I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$ durchaus nicht begründet erscheint. — Angesichts dieses Umstandes leitet Verf.

ebenfalls aus der Gleichung von Lagrange-Jacobi die beiden folgenden Ergebnisse ab, die eine exakte Variante des Virialsatzes darstellen: Ist das System stabil, so gibt es für willkürlich gegebene Zahlen $\varepsilon > 0$ und $T > 0$ solche Werte von $t' > T$, daß $|U(t') + 2H| < \varepsilon$; ist außerdem noch U annähernd konstant, d. h. kann man solche positive Zahlen A, η und T angeben, daß für alle $t > T$ $|U - A| < \eta$ wird, so ist für dieselben Werte von t $|U + 2H| < 2\eta$, $|2W - U| < 2\eta$. Dabei bedeutet Stabilität die Erfüllung der beiden folgenden Bedingungen: 1) die Bewegung der n Körper verläuft ohne Zusammenstöße; 2) es gibt eine solche Zahl $R > 0$, daß immer $r_i < R$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$. *J. Földes.*

Egerváry, E.: Sur une nouvelle solution particulière du problème des trois corps. Comment. math. Helvetici **24**, 1—3 (1950).

Verf. behandelt das Dreikörperproblem mit gleichen Massen im Fall von Zentralkräften, die direkt proportional zur 3. Potenz der Entfernung sind. Er findet ein neues, von den klassischen unabhängiges allgemeines Integral: $\Sigma \dot{x}_1(x_2 - x_3) + \dot{y}_1(y_2 - y_3) + \dot{z}_1(z_2 - z_3) = \text{const.}$ und leitet mit seiner Hilfe im Fall der ebenen Bewegung eine Familie spezieller Lösungen her, welche die äquidistanten und kollinearen Lagrangeschen Lösungen als Grenzfall enthält. *Ernst Hölder.*

Bélorizky, David: Sur la régularisation du problème des trois corps. C. r. Acad. Sci., Paris **231**, 1428—1429 (1950).

Beim Zweikörperproblem können die allgemeinen Integrale unabhängig von den Integrationskonstanten d. h. die rechtwinkligen Koordinaten und die gegenseitige Entfernung der Körper sowie die Zeit als holomorphe Funktionen der Veränderlichen u in der ganzen U-Ebene dargestellt werden, wo $dt = r\,du$ ($u = 0$ für $t = t_0$; r der Abstand der beiden Körper, t die Zeit). K. F. Sundman [Acta Math., Uppsala **36**, 105—179 (1912)] hat gezeigt, daß die 9 kartesischen Koordinaten und die Zeit im Dreikörperproblem als holomorphe Funktionen der komplexen Veränderlichen ω mit $dt = \prod_{\nu=1}^{3} (1 - e^{-r_\nu/l})\,d\omega$, wo r_ν $(\nu = 1, 2, 3)$ die gegenseitigen Entfernungen der drei Körper bedeuten und l eine Konstante, in einem Streifen um die reelle Achse dargestellt werden können; Verf. zeigt, daß auch die dem Zweikörperproblem entsprechende Veränderliche φ mit $dt = r_1 r_2 r_3\,d\varphi$ das Problem nicht in der ganzen Φ-Ebene regularisieren kann und die Koordinaten sowie die Entfernungen der 3 Körper, als Funktionen der Zeit betrachtet, nicht eindeutige transzendente Funktionen sind. *Otto Volk.*

Heinrich, Wladimír W.: Sur un système d'éléments canoniques. Časopis Mat. Fys., Praha **74**, Nr. 4, 316—320 und tschechische Zusammenfassg. 320 (1950).

Heinrich, Wladimír W.: Sur la variation des arbitraires en forme non canonique des équations de Lagrange. Časopis Mat. Fys., Praha **74**, Nr. 4, 321—324 und tschechische Zusammenfassg. 324 (1950).

In der ersten Arbeit werden für die Planetenbewegung als „letzte Lagrangesche Koordinaten" die wahre Anamolie v, die Periheldistanz des Knotens ω und die Länge des Knotens θ eingeführt und die entsprechenden kanonischen Gleichungen aufgestellt, die mit der Pfaffschen Gleichung gekoppelt werden, deren Integrabilitätsbedingungen sie darstellen. Unter der Annahme, daß das Zweikörperproblem Sonne-Planet gelöst sei, wird die Methode der Variation der Konstanten durchgeführt. — In der zweiten Arbeit werden diese letzteren Betrachtungen unter der Annahme von geeignet eingeführten „letzten Lagrangeschen Koordinaten" auf ein nicht kanonisches System Lagrangescher Bewegungsgleichungen übertragen, bei welchem diese nicht mehr hinreichende Integrabilitätsbedingungen für die zugeordnete Pfaffsche Gleichung bilden. *Otto Volk.*

Elastizität. Plastizität:

Rothman, M.: Isolated force problems in two-dimensional elasticity. I. II. Quart. J. Mech. appl. Math. **3**, 279—296, 469—480 (1950).

I. Die Theorie von Stevenson [Proc. R. Soc. London, Ser. A **184**, 129 (1945)], nach der sich die Spannungen und Verrückungen bei zweidimensionalen Elastizitätsproblemen durch zwei komplexe Potentiale ausdrücken lassen, wird angewandt auf den Fall einzelner isolierter Kräfte am Rand verschieden gestalteter Löcher in einer unendlichen Scheibe. Dabei wird gute Übereinstimmung mit speziellen, schon früher nach anderen Methoden erzielten Lösungen erreicht. — II. Anwendung der Methode von Stevenson auf die Lösung zweidimensionaler Elastizitätsprobleme. Es handelt sich um das Problem der durch mehrere isolierte Einzelkräfte am Rand beanspruchten Scheibe von spezieller Gestalt. *Viktor Garten.*

Hassé, H. R.: The bending of a uniformly loaded clamped plate in the form of a circular sector. Quart. J. Mech. appl. Math. **3**, 271—278 (1950).

Eine Platte von der Form eines Halbkreises mit gleichmäßig verteilter Belastung ist längs des gesamten Randes fest eingespannt. Verf. gewinnt die Lösung mit Hilfe einer Reihenentwicklung, deren schnelle Konvergenz numerisch nachgewiesen wird. *H. Neuber.*

Kucharski, W.: Beiträge zur Theorie der durch gleichförmigen Schub beanspruchten Platte. I. Ingenieur-Arch., Berlin **18**, 385—393 (1950).

In dieser sowie in den beiden folgenden Mitteilungen wird die Methode der sogenannten Storungsrechnung auf die lineare partielle Differentialgleichung einer durch gleichmaßigen Schub beanspruchten Platte angewandt, wobei die ublichen Voraussetzungen aus der Theorie dunner Platten gelten sollen. Die Differentialgleichung lautet: (1) $w_{ttt} + \Delta\Delta w + \vartheta\, w_{xy} = 0$, wo Differentiation nach den Variablen durch Indizes angegeben ist, $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ den Laplaceschen Operator bedeutet, $\vartheta = 24(1-\nu^2)\, a^2\, \tau/\pi^2\, h^2\, E$ mit ν = Querdehnungszahl, E = Elastizitatsmodul, h = Plattendicke, a = Plattenlange in x-Richtung, τ = Schubspannung, die in dieser Mitteilung zeitlich konstant angenommen wird. Durch den Ansatz (2) $w_\varrho = T_\varrho(t) U_\varrho(x,y)$ ($\varrho = 0, 1, 2, \ldots$) ergeben sich die Gleichungen (3) $\Delta\Delta U_\varrho + \vartheta\, U_{\varrho xy} - \lambda_\varrho\, U_\varrho = 0$, (4) $T_\varrho'' + \lambda_\varrho\, T_\varrho = 0$, wo Striche Ableitungen nach der Zeit t bezeichnen. Gl. (3) stellt bei gegebenem ϑ und vorgeschriebenen Randbedingungen eine Eigenwertaufgabe mit Eigenwerten λ_ϱ und Eigenfunktionen U_ϱ dar. Bei bekanntem Eigenwert lautet die Losung von (4) mit $\omega_\varrho^2 = \lambda_\varrho$: (5) $T_\varrho = A_\varrho \sin \omega_\varrho\, t + B_\varrho \cos \omega_\varrho\, t$ und die vollständige Losung (6) $w = \sum (A_\varrho \sin \omega_\varrho\, t + B_\varrho \cos \omega_\varrho\, t)\, U_\varrho$, wo A_ϱ und B_ϱ aus den Anfangsbedingungen zu bestimmen sind. Die Existenz der Losung der Gl. (3) wird physikalisch veranschaulicht, wonach einige Sonderfälle der Losung, die mechanisch allerdings nicht vorkommen, diskutiert werden. Brauchbare Losungen werden durch einen Storungsansatz in bezug auf den Parameter ϑ in der Form erhalten:

(7) $\lambda_\varrho = \sum_{i=0}^{\infty} l_{\varrho i}\, \vartheta^i$, $U_\varrho = \sum u_{\varrho i}\, \vartheta^i$, wo $l_{\varrho i}$ Konstanten und $u_{\varrho i}$ Funktionen von x und y bezeichnen.

Mit den Ansatzen (7) in Gl. (3) ergeben sich durch Ordnen nach Potenzen von ϑ und Nullsetzen des Faktors jeder Potenz von ϑ ein System partieller Differentialgleichungen für $u_{\varrho i}$, deren erste lautet $\Delta\Delta u_0 - l_0\, u_0 = 0$, wobei der Index ϱ fortgelassen ist, während die i-te Gleichung lautet: (8) $\Delta\Delta u_i - l_0\, u_i - l_i\, u_0 = -u_{(i-1)xy} + l_{i-1}\, u_1 + \cdots + l_1\, u_{i-1}$. Dies System von Gleichungen wird schrittweise unter Beachtung der gegebenen Randbedingungen gelost. — Als Beispiel wird die quadratische Platte mit Navierschen Randbedingungen ($w = 0, \Delta w = 0$) durchgerechnet, wobei als Losung fur u_0 nach Navier $u_0 = \sin m\, x/a \sin n\, y/a$ zu setzen ist. Die Losung der Gleichungen (8) wird im Einzelnen durchgefuhrt und die ersten Reihenkoeffizienten numerisch ermittelt. Der tiefste Wert des Parameters ϑ, bei dem die Platte ausbeult, wird zu $\vartheta_{krit} = 18{,}71$ angegeben, während der bisher veroffentlichte nach dem Ritzschen Verfahren ermittelte Wert 18,72 beträgt. — Auf die Ergebnisse fur die hoheren Eigenwerte und die zugehorigen Eigenfunktionen sowie auf gewisse Besonderheiten, die sich bei der erweiterten Rechenarbeit ergeben, soll in spateren Arbeiten eingegangen werden. — Einige Druckfehler sind zu berichtigen: Auf S. 388 heißt das zweite Glied in der letzten Gl. (19) $l_0\, u_4$ (statt $l_4\, u$). Auf S. 390 lautet Gl. (27) richtig $\Delta\Delta u - 4\, u = 0$, in der sechsten Zeile von unten muß es u_1 (statt μ_1) heißen. Auf S. 391 fehlt in der letzten Summe von Gl. (34) eine Klammer unter dem Bruchstrich. In Gl. (36) muß im Ausdruck fur u_2 das erste Glied heißen $B\, u_0$. In der eiften und dreizehnten Zeile von unten auf S. 391 sowie in der zweiten und vierten Zeile von unten auf S. 392 muß ϱ als Index und nicht als Faktor an U angehängt werden. *Rolf Gran Olsson.*

Kucharski, W.: Beiträge zur Theorie der durch gleichförmigen Schub beanspruchten Platte. II. Ingenieur-Arch., Berlin **18**, 394—408 (1950).

In dieser Mitteilung wird die Schubspannung τ als periodische Funktion der Zeit angenommen, die um einen konstanten Mittelwert schwankt. Mit (1) $\vartheta = \vartheta_m + \vartheta_0 \sin \omega t$ geht die Differentialgleichung (1) im vorstehenden Referat in (2) $w_{tt} + \Delta\Delta w + (\vartheta_m + \vartheta_0 \sin \omega t)\, \omega_{xy} = 0$ über, wo ϑ_m, ϑ_0 und ω beliebige reelle Konstanten mit der Einschränkung bezüglich der Frequenz ω sind, daß die in der Platte auftretenden tangentialen Massenbeschleunigungen infolge der Schwankungen von τ mit genügender Genauigkeit vernachlässigt werden können. Der übliche Produktenansatz im vorsteh. Ref. führt nicht zu einer Lösung von (2), dagegen wird eine Lösung durch einen Störungsansatz nach Potenzen des Parameters ϑ_0 ermöglicht, nämlich (3) $w = \sum_{m=0}^{\infty} w_m \vartheta_0^m$, der nach Einsetzen in (2) und Ordnen nach gleichen Potenzen von ϑ_0 ein System unendlich vieler Differentialgleichungen liefert: (4) $w_{0tt} + \Delta\Delta w_0 + \vartheta_m w_{0xy} = 0$, (5) $w_{mtt} + \Delta\Delta w_m + \vartheta_m w_{mxy} = -w_{(m-1)xy} \sin \omega t$ $(m = 1, 2, \ldots,)$. Gl. (4) mit $\vartheta_m = \text{konst.}$ ist die im vorsteh. Ref. gelöste Gl. (1), wonach man hat (6) $w_0 = \sum_{\varrho=0}^{\infty} (A_\varrho \sin \omega_\varrho t + B_\varrho \cos \omega_\varrho t) \cdot U_\varrho(x, y)$, wobei sich ϑ_ϱ aus der Gl. (7) $\Delta\Delta U_\varrho + \vartheta_m U_{\varrho xy} - \lambda_\varrho U_\varrho = 0$ (Druckfehler!) ergibt mit $\lambda_\varrho = \omega_\varrho^2$ als Eigenwert, zu dem U_ϱ bei vorgeschriebenen Randbedingungen als Eigenfunktion bei konstanter Schubspannung τ_m mit entsprechenden ϑ_m gehört, womit U_ϱ und λ_ϱ als bekannt anzusehen sind. Die Gleichungen (5) sind inhomogen, wobei die rechte Seite durch die vorhergehende Gleichung als bekannt anzusehen ist; sie sind daher sukzessive zu lösen. — Verf. diskutiert weiter die Einzelheiten zur Herstellung der Lösungen sowie die Vollständigkeit der angegebenen Lösung. Bei der Diskussion der Stabilität der Bewegung ist angegeben, daß die Bewegung stabil und zwar periodisch verläuft, wenn die aus der Fundamentalgleichung der maßgebenden linearen Substitution (siehe J. Horn, Gewöhnliche Differentialgleichungen, Leipzig 1905, S. 222) folgende Konstante $s = \pm 1$ wird. Wie Verf. dem Ref. mitgeteilt hat, trifft dies nur dann zu, wenn s nicht gleichzeitig eine Doppelwurzel der Fundamentalgleichung ist. Im Falle der Doppelwurzel artet die Substitution in bekannter Weise aus, so daß dann zu der periodischen Lösung eine nicht-periodische hinzutritt, die mit der Zeit anwächst, welcher Fall hier gerade vorliegt. Daher ist die Aussage in (24) S. 397, die sich auf $s = \pm 1$ bezieht, entsprechend zu berichtigen und im Kriterium (28) für die Stabilität (S. 398) das Gleichheitszeichen zu streichen. Daraus folgt, daß die den später erörterten und in Abb. 2, S. 406, aufgetragenen Grenzkurven entsprechenden Bewegungen nicht mehr stabil sind. — Es werden weiter die für das Stabilitätskriterium maßgebenden Werte bis ϑ^4 einschließlich berechnet und als Beispiel in erster Annäherung eine quadratische Platte mit $\vartheta_m = 0$, also $\vartheta = \vartheta_0 \sin \omega t$ durchgerechnet, indem man sich auf Glieder mit höchstens ϑ_0^2 beschränkt, womit sich alles erheblich vereinfacht. Zum Schluß werden noch andere Lösungsmethoden besprochen und Vergleiche mit den Ergebnissen der ersten Mitteilung gemacht. — [Wiederum sind Druckfehler zu berichtigen, wovon einige genannt seien: In Zeile 14 von oben S. 394 muß es ϑ_0 statt δ_0 heißen. In Gl. (11) S. 395 fehlt die Schlußklammer. Die beiden Gl. (14) auf derselben Seite haben zu viele Indizes! In Zeile 24 von unten S. 396 soll auf Gl. (16) statt auf Gl. (24) hingewiesen werden. In Gl. (19) S. 397 muß es heißen w_{ϱ_2} (statt w_ϱ) und in der 13. Zeile von oben soll auf Gl. (2) statt auf Gl. (12) hingewiesen werden. In der Determinante (33) S. 398 fehlt einmal der Index ϱ, und in der Bedingung (34) S. 399 ist links 0 zu streichen. Ebenso enthält der zweitletzte Ausdruck für die Determinante $W(w_{\varrho 1}, w_{\varrho 2})$ einen Druckfehler. Diese Kollektion Druckfehler mag hier genügen, aber leider ist die ganze Arbeit von solchen durchsetzt.]

Rolf Gran Olsson.

Chalilov, Z. I.: Lösung des allgemeinen Problems der Biegung einer gestützten elastischen Platte. Priklad. Mat. Mech., Moskva **14**, 405—414 (1950) [Russisch].

Die Mittelebene einer dünnen elastischen Platte möge ein Gebiet S der (x, y)-Ebene überdecken und durch eine glatte geschlossene Kurve L begrenzt sein. Unter der Einwirkung einer Last $p(x, y)$, angreifend senkrecht zur Mittelebene, wird die Ebene in eine neue Fläche verformt, die durch die Gleichung $z = z(x, y)$ gegeben sein möge. Es werden den Grenzbedingungen entsprechend eingespannte, frei gestützte sowie ganz freie Ränder in Betracht gezogen. Bei den freien Rändern entsprechenden Grenzbedingungen hat I. N. Vekua [Soobščenija (Bull.) Akad. Nauk Gruzinskoi SSR **3**, 641—648 (1942)] die Biegungsfläche $z = z(x, y)$ dadurch bestimmt, daß er gezeigt hat, daß diese Aufgabe einer fundamentalen Aufgabe aus der ebenen Elastisität gleichwertig ist, deren Lösung bereits bekannt ist. In der vorliegenden Arbeit zeigt Verf., daß eine ähnliche Zurückführung auf ein Problem der ebenen Elastizität auch bei frei gestützten Rändern möglich ist. Dabei werden

die Erkenntnisse benutzt, die früher bei derselben Methode durch S. G. Lechnickij [Priklad. Mat. Mech. 2, 181—209 (1938); dies. Zbl. 23, 274] zur Anwendung kamen.
Rolf Gran Olsson.

Klitchieff, J. M.: Some series applied to the theory of structures. Publ. Inst. math., Acad. Serbe Sci., Belgrade 3, 1—23 (1950).

Verf. behandelt das Problem der Biegung eines an seinen Enden einfach und dazwischen mehrfach elastisch abgestützten Balkens, indem er die Biegelinie in Form einer trigonometrischen Reihe ansetzt, so daß die sonst übliche Annahme von äquidistanten Stützen gleicher Steifigkeit unnötig wird. Die Bestimmung der im Ansatz auftretenden Konstanten aus einem System linearer Gleichungen erfolgt im Einzelfall durch das Verfahren der sukzessiven Approximationen. Im Spezialfall äquidistanter Stützen gleicher Steifigkeit kann die Lösung geschlossen angegeben werden. Weitere Ausführungen beziehen sich auf das Problem mehrerer äquidistanter und gleichbelasteter Parallelträger gleicher Steifigkeit, die durch einen oder mehrere Querträger unterstützt werden, auf die Durchbiegung einer rechteckigen, an ihren Ecken eingespannten Platte unter dem Einfluß einer konzentrierten Last, auf das Ausknicken eines in seiner Längsrichtung gedrückten Balkens, der seitlich mehrfach elastisch abgestützt ist, auf das Ausbeulen einer rechteckigen, entweder durch transversale oder longitudinale Rippen versteiften Platte. Auch diese Probleme werden nach der gleichen Methode behandelt, nachdem eingangs die dafür benötigte Auswertung trigonometrischer Reihen (durch Differenzieren und Partialbruchzerlegung) bereitgestellt ist. *Viktor Garten.*

Durić, Milan: On the application of trigonometric series in the analysis of beams on elastic foundation. Publ. Inst. math., Acad. Serbe Sci., Belgrade 3, 73—78 (1950).

M. Hetenyi gab in seinem Buch „Beams on elastic foundation" (Michigan 1946, p. 69) eine Darstellung des elastisch gebetteten Balkens mit freien Enden nach der Methode der trigonometrischen Reihen. Das Problem führte bei der Bestimmung der Koeffizienten derjenigen trigonometrischen Reihe, welche die Biegelinie des Balkens darstellt, auf die Auflösung eines unendlichen Systems linearer Gleichungen. Verf. zeigt, daß diese Zurückführung unnötig ist, da sich nämlich die Koeffizienten der Reihe explizit angeben lassen. Überdies gelingt ihm, die Konvergenz derjenigen Reihe zu verbessern, welche die Differenz der Durchbiegungsordinaten im Fall der Biegelinie mit und ohne elastische Bettung darstellt. *Viktor Garten.*

Vâlcovici: Über das allgemeine Problem der Bestimmung der elastischen Linie und der Knickbedingungen bei dünnen, in eine Flüssigkeit eingetauchten Säulen. Acad. Republ. popul. Române, Bul. Sti. A 2, 759—766, russische und französ. Zusammenfassgn. 766—767, 767 (1950) [Rumänisch].

On détermine l'équation de la ligne élastique d'une colonne soumise à l'action d'un champ variable de forces en supposant que la colonne est immergée (en partie ou totalement) dans un fluide pour des conditions aux deux bouts de la colonne ayant une forme tout à fait générale; d'ailleurs les cas de l'encastrement et de l'articulation rigides ou élastiques des deux bouts, que l'on rencontre d'habitude dans les applications, apparaissent comme des cas particuliers de la forme générale étudiée. On établit ensuite les conditions de flambage. Dans le cas spécial des colonnes pesantes, qui présentent une importance particulière dans la technique des forages pétroliers, l'auteur établit un „théorème d'équivalence" en vertu duquel l'étude de la ligne élastique et du flambage d'une colonne immergée peut être réduite à l'étude de la ligne élastique et du flambage d'une colonne dans le vide.
(Autoreferat.)

Kadžaja, D. I.: Zur Berechnung von Balken mit konstantem Querschnitt auf einer elastischen Unterlage. Soobščenija Akad. Nauk Gruzinskoj SSR 11, 229—230 (1950) [Russisch].

Birman, F. S.: Zum Problem der Torsion eines röhrenförmigen Stabes von quadratischem Querschnitt. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. S. **65**, 461—463 (1949) [Russisch].

Eine frühere Arbeit des Verf. (dies, Zbl. **30**, 326) enthält eine Lösung für die Torsion eines dünnwandigen quadratischen Rohres durch radial gerichtete Kräfte, die zu gleichen Teilen über die vier Kanten des Rohres verteilt sind. Die vorliegende Arbeit ergänzt jene Lösung zu einer neuen, die den Angriff der Radialkräfte lediglich an zwei gegenüberliegenden Kanten des Rohres voraussetzt. Zur Superposition wird der Spannungszustand eines unendlichen Parallelstreifens verwendet, der einer normal zu seinen Rändern gerichteten, zur Mittellinie des Streifens symmetrischen Belastung ausgesetzt ist. Das Gesetz der Verteilung dieser Belastung längs der Ränder des Streifens wird in Übereinstimmung mit der angenommenen Verteilung der tordierenden Radialkräfte über die Länge der Kanten. in Form von zwei Streckenlasten verschiedenen Vorzeichens gewählt. Auf eine Diskussion der neuen Lösung geht der Verfasser nicht ein. *S. Woinowsky-Krieger.*

Federhofer, Karl: Zur Berechnung zylindrischer Behälter mit veränderlicher Wandstärke. Österreich. Akad. Wiss., math.-naturw. Kl., Anz. **1950 (87)**, 275—287 (1950).

Die Berechnung der Spannungen in dünnen Kreiszylinderschalen hat bisher bei konstanter und linear veränderlicher Wandstärke auf bekannte Funktionen geführt (im 1. Falle auf Hyperbelfunktionen, im 2. Falle auf Zylinderfunktionen). Nunmehr zeigt Verf., daß auch im Falle einer quadratischen Veränderlichkeit der Schalendicke das Problem durch elementare Funktionen lösbar ist. Nach Aufstellung der Grundgleichungen der symmetrisch belasteten Kreiszylinderschale in Operatorenform geht Verf. zunächst auf die Bedingung ein, welche zur Aufspaltung der Grundgleichung 4. Ordnung in je 2 Differentialgleichungen 2. Ordnung erforderlich ist. Hierbei zeigt sich, daß die zweite Ableitung der Wandstärke konstant sein muß. So gelangt Verf. zur Untersuchung der quadratisch veränderlichen Wandstärke und zeigt, daß sich in diesem Falle eine einfache Lösung mit Hilfe bekannter Funktionen angeben läßt. *H. Neuber.*

Oniašvili, O. D.: Über die dynamische Stabilität flacher Schalen. Soobščenija Akad. Nauk Gruzinskoj SSR **11**, 169—175 (1950) [Russisch].

Oniašvili, O. D.: Zur Theorie der Seismostabilität flacher Schalen. Soobščenija Akad. Nauk Gruzinskoj SSR **11**, 409—416 (1950) [Russisch].

Sokolovskij, V. V.: Einige Probleme der Plastizitätstheorie bei allmählicher Verfestigung des Materials. Priklad. Mat. Mech., Moskva **13**, 655—658 (1949) [Russisch].

Die Integration der Gleichgewichtsbedingungen eines inkompressiblen plastischen Mediums mit Verfestigung nach dem Potenzgesetz wird für die folgenden beiden Fälle in geschlossener Form durchgeführt: 1. Ebene keilförmige Scheibe mit Einzellast an der Spitze; 2. Torsion eines Kreiskegels. *H. Neuber.*

Sokolovskij, V. V.: Ebenes und axialsymmetrisches Gleichgewicht einer plastischen Masse zwischen festen Wänden. Priklad. Mat. Mech., Moskva **14**, 75—92 (1950) [Russisch].

Unter Voraussetzungen der Inkompressibilität und der Gültigkeit eines Potenzgesetzes zwischen den für die plastische Verformung mit Verfestigung maßgeblichen Spannungs- und Dehnungsinvarianten, sowie bei Annahme einer oberen Grenze der Spannungsinvarianten (ideale Plastizität) wird das Gleichgewicht einer plastischen Masse zwischen zwei ebenen Wandungen, sowie innerhalb einer konischen Wandung untersucht. Es gelingt Verf., die jeweilige Integration durch Einführung von Hilfsfunktionen durchzuführen. *H. Neuber.*

Sokolovskij, V. V.: Das ebene Gleichgewicht eines plastischen Keils. Priklad. Mat. Mech., Moskva **14**, 391—404 (1950) [Russisch].

Unter der Annahme der Inkompressibilität und eines Potenzgesetzes zwischen den Spannungs- und Dehnungsinvarianten gelingt Verf. die Integration der Gleichgewichtsbedingungen des ebenen Spannungsproblems in folgenden Fällen: 1. Keil mit Einzellast an der Spitze; 2. Keil mit Drehmoment an der Spitze; 3. Keil mit konstanter Streckenlast auf einer Flanke. Schließlich wird der Sonderfall der ideal plastischen Halbebene mit örtlich begrenzter Streckenlast (Lösung von Prandtl) als Grenzfall erörtert. *H. Neuber.*

Ševčenko, K. N.: Das elastoplastische Problem für einen schweren Halbraum mit einem vertikalen zylindrischen Ausschnitt. Priklad. Mat. Mech., Moskva **14**, 587—592 (1950) [Russisch].

Es wird ein elastischer Halbraum mit freier Oberfläche betrachtet, welcher eine vertikale Bohrung besitzt, deren Innenrand gleichfalls unbelastet ist. Verf. untersucht den Spannungs- und Formänderungszustand infolge des Einflusses des Eigengewichtes unter Berücksichtigung einer gemischt elastisch-plastischen Verformung. Zunächst werden die Gleichgewichtsbedingungen aufgestellt, wobei angenommen wird, daß sämtliche Schubspannungen in Zylinder-Koordinaten verschwinden. Für die zugehörigen Dehnungskomponenten werden neben den kinematischen Beziehungen noch die Plastizitätsgleichungen für inkompressibles Medium vorausgesetzt. Weiterhin wird eine lineare Abhängigkeit zwischen der charakteristischen Spannungs- und Dehnungsinvariante angenommen (Plastizität mit Verfestigung). Nach Aufstellung der Randbedingungen bestimmt Verf. die Lage der Grenze des elastischen Gebietes und gibt die Spannungsverteilung an. Spannungen und Verschiebungen lassen sich hierbei durch bekannte Funktionen darstellen. *H. Neuber.*

Rachmatullin, Ch. A.: Untersuchung der Ausbreitungsgesetze ebener elastoplastischer Wellen in einem Medium mit veränderlicher Elastizitätsgrenze. Priklad. Mat. Mech., Moskva **14**, 65—74 (1950) [Russisch].

Verf. untersucht zunächst den Fall einer anwachsenden Elastizitätsgrenze, der eintritt, wenn ein Stab an einem Ende einen Stoß erhält und am anderen Ende belastet wird. Hierbei wird gezeigt, daß sich der Bewegungsvorgang im Gebiet der elastischen Deformation auf das Problem der schwingenden Saite zurückführen läßt, während im plastischen Bereich mit Hilfe der Charakteristikenmethode eine Lösung nachgewiesen wird, welche ähnliche Eigenschaften aufweist, wie sie bei Riemannschen Wellen auftreten. Verf. zeigt u. a., wie sich das Bewegungsgesetz der plastischen Wellenfront erfassen läßt. Ferner wird das Problem einer abfallenden Elastizitätsgrenze behandelt, welches vorliegt, wenn der Stab an einem Ende wiederholte Stöße aufnimmt. Es handelt sich dann um eine Aufspeicherung von Restdeformationen im Endquerschnitt. Auch hier führt die Charakteristikenmethode zum Ziel. Schließlich behandelt Verf. den Stoß eines Stabes gegen eine absolut harte Platte. Auch hierbei werden im Endquerschnitt Restdeformationen aufgespeichert, welche den Verfestigungsprozeß verursachen. Die auftretenden Druckwellen werden am Stabende reflektiert und haben eine Entlastung zur Folge. Verf. beweist hierbei allgemein den Satz, daß der Verfestigungsprozeß nur nach unendlich großer Anzahl von Stößen abgeschlossen ist. *H. Neuber.*

Jagn, Ju. I. und E. N. Tarasenko: Angewandte Theorie der plastischen Deformation von Stäben. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. S. **73**, 471—474 (1950) [Russisch].

Für die Beanspruchung prismatischer Stäbe über die Elastizitätsgrenze hinaus wird ein Näherungsverfahren aufgestellt, welches auf die Veränderung der Gestalt des Querschnittes infolge der plastischen Verformung Rücksicht nimmt. Es wird hierbei Inkompressibilität und ein funktionaler Zusammenhang zwischen Spannungs- und Dehnungskomponenten vorausgesetzt. Nach Aufstellung der Integrale für die Spannungsresultanten und der Gleichgewichtsbedingung für das Stabelement werden folgende Fälle behandelt: 1. Ebene Biegung mit Verdrehung; 2. Verdre-

hung mit behinderter Verwölbung. Im letzten Falle erhält Verf. eine nicht-lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung für die Schubspannung. *H. Neuber.*

Šapiro, G. S.: Über die Integration durch Quadraturen der Gleichungen des eindimensionalen Problems der Plastizitätstheorie unter Berücksichtigung der Verfestigung des Materials. Priklad. Mat. Mech., Moskva **13**, 659—662 (1949) [Russisch].

Die Berücksichtigung linearer Materialverfestigung führt beim symmetrischen ebenen Spannungs- und Verformungszustand unter der Annahme der Inkompressibilität auf ein System integrierbarer Gleichungen. Verf. führt die Integration in Parameterdarstellung durch. *H. Neuber.*

Torre, C.: Grenzbedingung für spröden Bruch und plastisches Verhalten bildsamer Metalle. Österreich. Ingenieur-Arch. **4**, 174—189 (1950).

García, Godofredo: Die Gleichungen der endlichen Schwingungen in isotropen elastischen Medien. — Die zur Aufrechterhaltung des Gleichgewichts erforderliche Oberflächenkraft. Actas Acad. nac. Ci. exact. fis. natur. Lima **13**, 29—38 (1950) [Spanisch].

Die Gleichungen für den Spannungstensor und die Differentialgesetze der Bewegung isotroper elastischer Medien werden in einer Form aufgestellt, welche auch endliche Verzerrungen zuläßt. Im Grenzfall ergeben sich die üblichen Gleichungen für endlich kleine elastische Schwingungen. *Uwe Timm Bödewadt.*

Thomson, W. T.: Matrix solution for the vibration of non-uniform beams. J. appl. Mech., New York **17**, 337—339 (1950).

Anwendung der Matrizenschreibweise auf das Schwingungsproblem eines eingespannten Balkens, der durch endlich viele konzentrierte Massenpunkte ersetzt gedacht wird. *Werner Schmeidler.*

Sechniašvili, E. A.: Bestimmung der Frequenz freier Schwingungen von Stäben veränderlicher Härte. Soobščenija Akad. Nauk Gruzinskoj SSR **11**, 161—168 (1950) [Russisch].

Sechniašvili, E. A.: Zur Frage der Bestimmung der höchsten Frequenzen freier Schwingungen von Stäben von veränderlicher Härte. Soobščenija Akad. Nauk Gruzinskoj SSR **11**, 369—376 (1950) [Russisch].

Vogel, Alfred: Zur Berechnung der Torsionseigenschwingungen von Maschinenwellen. Z. angew. Math. Mech. **30**, 363—369 (1950).

Das Problem wird für homogene, teilhomogene und inhomogene Maschinen unter Benutzung der Matrizenmethode behandelt. Zunächst wird die „dynamische Matrix" bezw. die dazu ähnliche „Frequenzmatrix" aufgestellt, deren Eigenwerte mit den Quadraten der Eigenfrequenzen des gegebenen Systems übereinstimmen. Die Eigenwerte lassen sich für homogene Maschinen explizit angeben, für teilhomogene Maschinen implizit mit Hilfe der Frequenzfunktionen, für inhomogene Maschinen mit Hilfe eines konvergenten Iterationsverfahrens [vgl. A. Vogel, Z. angew. Math. Mech. **30**, 174—182 (1950)]. *Werner Schmeidler.*

Fu, C. Y.: On the irrelevant roots of the Rayleigh wave equation. Sci. Record, Acad. Sinica **2**, 388—392 (1949).

Die Wellenausbreitung längs der ebenen Oberfläche eines elastischen Körpers wird durch Lösungen des Systems von linearen partiellen Differentialgleichungen

$$\Phi_{xx} + \Phi_{zz} = \frac{1}{V^2}\Phi_{tt}, \quad \Psi_{xx} + \Psi_{yy} = \frac{1}{v^2}\Psi_{tt},$$

beschrieben. Der Ansatz

$$\Phi = \varphi(z)\, e^{i(\xi x - \omega t)}, \quad \Psi = \psi(z)\, e^{i(\xi x - \omega t)}$$

führt bei gewissen Annahmen auf die den Parameter ξ enthaltende Rayleighsche Wellengleichung, die sich im Fall des Poissonschen Körpers auf $(4x - 1)$-

$(8x^2 - 12x + 3) = 0$, $x = \xi^2 v^2/\omega^2$ reduziert. — Für gewöhnlich wird nur der Vorgang betrachtet, welcher der größten der drei Wurzeln dieser Gleichung entspricht. Verf. gibt eine physikalische Interpretation der Lösungen, die zu den beiden andern Wurzeln gehören. Bei diesen Lösungen handelt es sich um in die Oberfläche einfallende oder an ihr reflektierte Wellen. Es gibt gewisse Werte des Einfallswinkels, bei denen keine Reflexion auftritt. *W. Quade.*

Heinrich, G.: Zu L. Föppls Theorie der rollenden Reibung. Österreich. Ingenieur-Arch. **4**, 363—375 (1950).

Es wird gezeigt, daß die Hertzsche Berührungsbedingung durch die Gleichungen Föppls nicht erfüllt wird; bei gleichen elastischen Konstanten ist aber nur eine Hertzsche Druckverteilung möglich. Dementsprechend wird hier die Theorie verbessert und mit Versuchen von G. Sachs verglichen. Es ist zwar keine volle Übereinstimmung erreicht, aber doch eine Verbesserung. Offenbar kennt Verf. nicht die Dissertation von Hans Fromm [Z. angew. Math. Mech. **7**, 27—58 (1927)] und auch nicht die Arbeit von G. Sonntag [Z. angew. Math. Mech. **30**, 73—83 (1950)], in denen das Problem allgemeiner und richtig für Scheiben und für Kugeln gelöst ist. *Georg Hamel.*

Kočetkov, A. M.: Über die Ausbreitung elastisch-zäh-plastischer Verschiebungswellen in einer Platte. Priklad. Mat. Mech., Moskva **14**, 203—208 (1950) [Russisch].

Beim Ausbreitungsvorgang von Schubwellen in einer unendlich großen Platte infolge eines gegen die Platte gestoßenen starren Zylinders berücksichtigt Verf. außer der elastischen auch die zäh-plastische Deformation. Abweichend von einer Formulierung von Bachsin werden die Beziehungen von Sokolovskij benutzt. Für Werte der Schubspannung oberhalb eines Grenzwertes wird vorausgesetzt, daß sich die Formänderungsgeschwindigkeit additiv aus zwei Gliedern zusammensetzt, von denen das eine der Überspannung, das zweite deren erster Ableitung proportional ist. Die Überspannung wird hierbei gleich der wirklichen Schubspannung gesetzt, jedoch vermindert um eine experimentell zu bestimmende Funktion der Formänderungsgröße. Als weitere Beziehungen kommen die Gleichgewichtsbedingung (mit Beschleunigungsglied) und kinematische Aussagen hinzu, sowie die Anfangs- und Randbedingungen des Problemes. Mittels dimensionsloser Hilfsgrößen werden die Grundgleichungen weitgehend vereinfacht. (Auch auf den Grenzfall der idealen Plastizität wird hingewiesen). Infolge des hyperbolischen Typus der Hauptgleichung existieren zwei reelle Scharen von Charakteristiken. Spannungen, Schubgeschwindigkeit und Deformation sowie die Grenze des elastischen und plastischen Gebietes werden unter Hinzunahme von Annahmen über die Wellenfront (Auftreten von Stoßwellen) ermittelt. Schließlich wird auch der Fall einer linearen Materialverfestigung erörtert. *H. Neuber.*

Kočetkov, A. M.: Angenäherte Lösung einiger Probleme der instationären Bewegung eines zäh-plastischen Mediums. Priklad. Mat. Mech., Moskva **14**, 433—436 (1950) [Russisch].

Es werden zwei Probleme der instationären Bewegung eines zäh-plastischen Mediums behandelt. 1. Angenäherte Integration der Beziehungen für zäh-plastisches Fließen beim Stoß eines starren Zylinders gegen eine Platte, wobei die Ausgangsgleichungen von Iljuschin benutzt werden. Nach Einführung dimensionsloser Abkürzungen wird die Integration mittels sukzessiver Approximation durchgeführt, wobei ein linearer, den Randbedingungen entsprechender Ansatz als erste Näherung dient. Dabei ergeben sich einfache Quadraturen, durch welche sich der Spannungsverlauf und die Grenze des Fließgebietes näherungsweise ermitteln lassen. 2. Drehbewegung eines zäh-plastischen Mediums. Auch dieses Problem läßt sich durch sukzessive Approximation auf einfache Quadraturen zurückführen. *H. Neuber.*

Hydrodynamik:

Ghosh, N. L.: Gases with a pressure-density relation—impossibility of confocal density distributions. Bull. Calcutta math. Soc. **41**, 183—186 (1949).

Wie in seiner früheren Arbeit (dies. Zbl. **37**, 275) betrachtet Verf. eine rotierende gravitierende Gasmasse, die homogen in dem Sinne ist, daß der Druck eine Funktion der Dichte allein ist. Verf. zeigt nunmehr auch die Unmöglichkeit einer Dichteverteilung in konfokalen Ellipsoiden. *Ernst Hölder.*

Ghosh, N. L.: Corrections to my paper on „An extension of Hamy's theorem, etc.". Bull. Calcutta math. Soc. **41**, 220 (1949).

Verf. gibt eine Berichtigung einer Betrachtung über sphärische Dichteverteilungen (beim Vorhandensein einer störenden Masse auf der Rotationsachse) in einer seiner Arbeiten (dies. Zbl. **37**, 275). Denselben Fall hatte bereits Dive in seinem Buch: Rotations internes des astres fluids, Paris 1930, durch eine ganz andere Methode behandelt, was Verf. nicht wußte. *Ernst Hölder.*

Gilbarg, David and James Serrin: Free boundaries and jets in the theory of cavitation. J. Math. Phys., Massachusetts **29**, 1—12 (1950).

Behandelte man bisher Kavitationsprobleme mit der klassischen Helmholtzschen Theorie der Diskontinuitätsflächen, so war man gezwungen, diese ins Unendliche fortzusetzen. Verff. haben eine Erweiterung dieser Theorie vorgenommen, die eine Behandlung endlich langer Kavitationsblasen bei ebener Strömung gestattet. Die freien Stromlinien kehren dabei am hinteren Ende des Kavitationsraumes wegen der Bedingung konstanten Druckes nach innen zurück, wobei sich ein der Strömung entgegengerichteter, also auf die Rückseite des Körpers „spritzender" Strahl ausbildet. Mathematisch ist eine solche Annahme möglich, wenn der Strahl nach Auftreffen auf das Modell in einem zweiten Blatt der Strömungsebene weiterläuft. Dieses Modell der Strömung entspricht im übrigen den experimentellen Beobachtungen. — Für die Behandlung des Problems sind die üblichen Voraussetzungen gemacht, jedoch ist der Druck im Kavitationsraum (p_c) kleiner als der Druck der gleichförmigen Strömung (p_∞) angenommen im Gegensatz zur klassischen Theorie, wo $p_c = p_\infty$ ist. Die Lösung erfolgt wie in der klassischen Theorie durch konforme Abbildung der Geschwindigkeitsebene auf die Ebene des komplexen Strömungspotentials. Sie ist mit Hilfe einer Verallgemeinerung der Schwarz-Christoffelschen Formel explizit durchgeführt für die geneigte ebene Platte und den Keil. Für gekrümmte Körperformen, für die die direkte konforme Abbildung nicht mehr möglich ist, wird das Strömungsproblem überdies in Analogie zur Methode von Levi-Civita als nichtlineares Randwertproblem für eine analytische Funktion im Einheitskreis definiert, wobei Angaben über die Strahlbreite und Kraftwirkungen gemacht werden können. *F. Riegels.*

Pataraja, N. N.: Über die hydrodynamische Wechselwirkung von gleichzeitig sich in einer Flüssigkeit bewegenden Kugeln. Soobščenija Akad. Nauk Gruzinskoj SSR **11**, 3—9 (1950) [Russisch].

García, Godofredo: Kanonische exakte Grundgleichungen für die endlichen Bewegungen und die Spannungen in zähen Flüssigkeiten. Actas Acad. nac. Ci. exact. fis. natur. Lima **12**, 3—30 (1949) [Spanisch].

In Fortführung früherer Arbeiten [dies. Zbl. **31**, 431 und Actas Acad. nac. Ci. exact., fis. natur. Lima **10**, 117—170 (1947)] stellt Verf. die Bewegungsgleichungen einer zähen Flüssigkeit in kanonisch exakter Form auf, so daß sie auch für den Fall endlicher innerer Verschiebungen und entsprechender Flüssigkeitsspannungen noch Gültigkeit beansprucht. Die vorliegende Mitteilung enthält insbesondere die Entwicklung des Ausdrucks für die Beschleunigung, für den Spannungstensor und für die Helmholtzsche Funktion. Anschließend bringt Verf. die entsprechenden Dar-

stellungen für ebene Strömungen sowie die Transformation auf isometrische Koordinaten, wobei sich im Grenzfall kleiner Relativbewegungen die Gleichung von Hamel ergibt. *Uwe Timm Bödewadt.*

Tomotika, S. and T. Aoi: The steady flow of viscous fluid past a sphere and circular cylinder at small Reynolds numbers. Quart. J. Mech. appl. Math. **3**, 140—161 (1950).

Auf der Grundlage der Goldsteinschen exakten analytischen Lösung der Oseenschen linearisierten Bewegungsgleichungen der stationären zähen Strömung hinter einer Kugel wird das dazugehörige Stromlinienbild berechnet. Die numerische Rechnung wird für eine Reynoldssche Zahl $R = 1$ durchgeführt. In Übereinstimmung mit Beobachtungsergebnissen bildet sich hinter der Kugel ein stationärer Wirbelring. Weitere Berechnungen haben gezeigt, daß dieser Wirbelring auch noch bei $R = 0{,}1$ vorhanden ist. Die gewonnene Lösung wird dazu benutzt, den Widerstand der Kugel zu berechnen und zwar den Druckwiderstand und den Reibungswiderstand getrennt für sich. Dabei zeigt es sich, daß der Druckwiderstand 1/3, der Reibungswiderstand 2/3 des Gesamtwiderstandes ausmacht. Die gleichen Überlegungen werden auch auf die zähe Strömung hinter einem Zylinder angewandt. Das Stromlinienbild wird für die Reynoldsschen Zahlen $R = 0{,}05$; 0,1; 0,25 und 4 berechnet (die beiden letzten werden auch abgebildet). Die beiden stehenden Wirbel hinter dem Zylinder bilden sich auch noch bei $R = 0{,}05$, wobei allerdings der vom Wirbelpaar eingenommene Raum sehr klein ist. Mit zunehmender Reynoldsscher Zahl vergrößern sich diese stationären Wirbel. Die Berechnung des Widerstandes hat gezeigt, daß Druck- und Reibungswiderstand zu gleichen Teilen am Gesamtwiderstand des Zylinders beteiligt sind. *Walter Wuest.*

Viguier, Gabriel: Notions métriques liées à l'équation de Riccati et à l'étude du problème de J. Boussinesq. Acad. Belgique, Bull. Cl. Sci., V. S. **36**, 932—936 (1950).

Im Anschluß an vorhergehende Untersuchungen von Verf. (dies. Zbl. **38**, 381), M. Roy [Nouv. Ann. de Math., V. Ser. **3**, 321—327 (1925)]; und H. Villat (Leçons sur l'hydrodynamique, Paris 1929) verfolgt Verf. den Zusammenhang der Theorie ebener zäher Flüssigkeiten mit der der Riccatischen Differentialgleichungen weiter. Dies führt zunächst dazu, dem hydrodynamischen Problem gewisse metrische Begriffe zuzuordnen, wie sie von der isometrischen Parametrisierung der Integralkurven der Riccatischen Differentialgleichungen her geläufig sind. Auch zur Schrödingergleichung des linearen harmonischen Oszillators bestehen Beziehungen. *Max Pinl.*

Sears, W. R.: The boundary layer of yawed cylinders. Proc. Symposia appl. Math., Nr. **1**, (Brown Univ. 2.—4. 8. 1947. Non-linear problems in mechanics of continua.) 117—118 (1949).

Der Grenzschichtverlauf an einem schräg zu seiner Achse angeströmten Zylinder erfordert zu seiner Berechnung gegenüber dem Falle des senkrecht angeströmten Zylinders nur eine nachträgliche Berechnung der Geschwindigkeitskomponente in Achsenrichtung. Im vorliegenden Kurzreferat wird darauf hingewiesen, daß demzufolge auch die Ablösungslinie am Zylinder gegenüber einer hinzukommenden Querkomponente der Anströmung invariant sein muß. Nach einem kurzen Hinweis auf die Blasiussche Plattenströmung mit Querkomponente wird die allgemeine Blasiussche Reihenentwicklung einer Grenzschicht von einem vorderen Staupunkt aus durch Angabe der entsprechenden Reihe für eine hinzukommende Querkomponente der Geschwindigkeit ergänzt. Es wird mitgeteilt, daß für den Fall des zur Anströmung symmetrischen Zylinders die in dieser Reihe auftretenden ersten vier Beiwertfunktionen numerisch ausgewertet worden sind, und daß daraus eine instruktive Darstellung über den Grenzschichtverlauf bei Schräganströmung hergestellt worden ist. *Henry Görtler.*

Meksyn, D.: Integration of the laminar boundary layer equation. I. Motion of an elliptic cylinder. Separation. II. Retarded flow along a semi-infinite plane. Proc. R. Soc. London A **201**, 268—278, 279—283 (1950).

Verf. hat in einer früheren Arbeit [Proc. R. Soc. London A **192**, 545 (1948)] eine Umformung der Grenzschicht-Differentialgleichung hergeleitet, die er nun zunächst in eine komplizierte Integro-Differentialgleichung verwandelt und vermöge eines Potenzreihenansatzes behandelt. Die Betrachtung wird im 1. Teil am Falle des von G. B. Schubauer [Aeronautics, NACA techn. Rep. **527** (1935) gemessenen Strömungsverlaufs an einem nichtangestellten elliptischen Zylinder erprobt, im 2. Teil für den Fall der von L. Howarth [Proc. R. Soc. London A **164**, 547 (1893)] berechneten Grenzschichtströmung längs einer Platte bei linear mit der Wandbogenlänge verzögerter äußerer Potentialströmungsgeschwindigkeit herangezogen. Gewisse Schlußfolgerungen von allgemeinerem Interesse über den Ablösevorgang werden gezogen. Im Falle des elliptischen Zylinders wird die Ablösestelle durch Annäherung vom Bereich rückläufiger Strömung her ermittelt.

Henry Görtler.

Stewartson, K.: Correlated incompressible and compressible boundary layers. Proc. R. Soc. London A **200**, 84—100 (1949).

Burgers, J. M.: The formation of vortex sheets in a simplified type of turbulent motion. Proc. Akad. Wet., Amsterdam **53**, 122—133 (1950).

Hinweisend auf Beobachtungen über die Bildung dünner Wirbelschichten bei Windströmungen über Sand oder bei der Bänder- und Schleierbildung von brennenden Zigaretten untersucht Verf. Strömungen, die nur eine Wirbelkomponente in der Strömungsrichtung aufweisen. Ist dies die x-Richtung, so werden die Differentialgleichungen für die v- und w-Komponente (in y- bzw. z-Richtung) vereinfacht, indem die Druckgradienten in y- und z-Richtung vernachlässigt werden; schließlich wird noch angenommen, daß die Reibungsglieder in Gebieten vernachlässigt werden können, in denen die Ableitungen von v und w von normaler Größe sind. Diese stark vereinfachten Gleichungen werden zunächst in kleineren „homogenen Gebieten" untersucht, indem aus einem in y und z linear angesetzten Anfangszustand ein späterer Zustand des Feldes gefolgert wird. Dabei ziehen sich diese Gebiete unter Umständen nach einer gewissen Zeit auf Geradenstücke zusammen, an denen beide Geschwindigkeitskomponenten eine Diskontinuität aufweisen und die man als Querschnitt einer Wirbelschicht betrachten kann, die senkrecht zur (y, z)-Ebene verläuft. Werden solche „homogenen Gebiete" an geradlinigen Grenzen zusammengeflickt, so erhält man ähnliche Ergebnisse. Die Einbeziehung der kinematischen Zähigkeit ν zur Ermittlung der Dicke der Wirbelschicht bedarf weiterer Untersuchungen. Die Arbeit schließt mit einem Hinweis auf statistische Probleme, die jedoch im vorliegenden zweidimensionalen Fall zu kompliziert zu behandeln wären. Es wird daher ein weiterer Vereinfachungsschritt vorgeschlagen, nämlich die Behandlung eines eindimensionalen mathematischen Modells $v(y, t)$. *F. Riegels.*

Burgers, J. M.: Correlation problems in a one-dimensional model of turbulence. I.—IV. Proc. Akad. Wet., Amsterdam **53**, 247—260, 393—406, 718—731, 732—742 (1950).

Das vom Verf. am Schluß einer vorhergehenden Arbeit [Proc. Akad. Wet., Amsterdam **53**, 122—133 (1950)] vorgeschlagene eindimensionale mathematische Modell betrachtet eine einzige Variable v als Funktion einer Koordinate y und der Zeit t, welche der Gleichung $\partial v/\partial t + v\,\partial v/\partial y = \nu\,\partial^2 v/\partial y^2$ mit kleinem ν gehorcht. Gebiete mit $\partial v/\partial y < 0$ und $\partial v/\partial y > 0$ verhalten sich dabei verschieden. Die ersteren verkleinern sich mit der Zeit und führen auf einen Sprung im v-Verlauf. Solche Sprünge spielen eine wichtige Rolle beim Studium der statistischen Kor-

relationsfunktionen. Die Arbeit enthält in mehreren Fortsetzungen ausführliche Berechnungen der verschiedenen in den modernen statistischen Turbulenztheorien vorkommenden statistischen Mittelwerte, scheint aber auf keine wesentliche Verbesserung der bekannten Ergebnisse zu führen. Immerhin ist hier ein interessanter Versuch unternommen worden, das Turbulenzproblem mit wahrscheinlichkeitstheoretischen Mitteln anzugreifen. *F. Riegels.*

Emmons, Howard W.: The numerical solution of the turbulence problem. Proc. Symposia appl. Math., Nr. **1**, (Brown Univ. 2.—4. 8. 1947. Nonlinear problems in mechanics of continua.) 67—71 (1949).

Kurze, aber durch Diagramme sehr instruktive Andeutungen über numerische Berechnungen großen Ausmaßes (mit Hilfe einer large scale sequence controlled calculating machine) von Losungen der Navier-Stokesschen Gleichungen und der Kontinuitätsgleichung in der Form $\zeta_t + \psi_y \zeta_x - \psi_x \zeta_y = \nu \nabla^2 \zeta$, $\nabla^2 \psi = -\zeta$ für eine zweidimensionale Stromung in einem unendlichen periodischen Kanal. Durch Übergang zu Differenzengleichungen wird die zeitliche Entwicklung einer Anfangsverteilung der Wirbelstarke ζ, sowohl des Mittelwertes $\bar{\zeta}$ wie der anfanglich nach dem Gaußschen Gesetz verteilten Schwankung $\sqrt{\overline{\zeta'^2}}$ verfolgt — allerdings nur für einen Zuwachs δt der Zeit t. — [Theoretische Betrachtungen von Leray bringen allerdings den turbulenten Charakter der Stromung gerade mit der Fortsetzung der Losung fur lange Zeiten in Zusammenhang. Stationäre Stromungen zäher Flussigkeiten hat bereits H. Reißner mit dem Differenzenverfahren behandelt. Anm. des Ref.]. — Aus der Stromfunktion $\psi(x, y, t)$, die keine direkte physikalische Bedeutung besitzt, gewinnt Verf. Diagramme fur die mittlere Geschwindigkeit $\bar{u}$ und die Schwankungsmaße der Geschwindigkeit $\sqrt{\overline{u'^2}}$, $\sqrt{\overline{v'^2}}$ sowie die schon genannten Großen $\zeta, \sqrt{\overline{\zeta'^2}}$ bei der Reynolds-Zahl $\mathrm{Re} = 4000$, weiter fur die Korrelationsmaße $R_1 = \overline{u_1' u_2'}/\bar{u}'^2$, $R_2 = \overline{v_1' v_2'}/\overline{v'^2}$ (zwischen zwei verschiedenen Punkten) der statistischen Theorie der Turbulenz. — Obwohl der bloße Fortschritt um ein Zeitintervall δt auch vom Verf. nicht als adaquate Behandlung angesehen wird, liefert er Verhaltnisse, wie sie nach den Beobachtungen zu erwarten sind. Allerdings muß fur die voll ausgebildete turbulente Stromung auch die Dreidimensionalitat der Stromung beachtet werden. — Verf. erwartet mit seiner numerischen Berechnungsmethode die beiden Losungstypen: die laminare zweidimensionale Stromung fur niedrige Re-Zahlen und für große Re eine Losung, die lediglich fur die zeitunabhangigen Mittelwerte Bedeutung hat, wahrend die Augenblickswerte zufallige Großen sind. Die Resultate dieser Rechenarbeit haben eine große Bedeutung für die Theorie der Turbulenz. *Ernst Hölder.*

Rotta, J.: Das Spektrum isotroper Turbulenz im statistischen Gleichgewicht. Ingenieur-Arch., Berlin **18**, 60—76 (1950).

Im Anschluß an die Heisenbergsche Arbeit zur statistischen Turbulenztheorie von 1948 gelingt es Verf. mit einem anderen Ansatz für das zeitliche Abklingen des Turbulenzspektrums $\partial F(k, t)\,\partial t$ in einem größeren Wellenbereich Übereinstimmung mit den Messungen zu erzielen. Ausgangspunkt der Betrachtungen ist dabei das Spektrum im Zustand des ausgebildeten statistischen Gleichgewichts in der Gestalt $F(k, t) = E(t) \cdot L(t) \cdot f(\chi, \mathrm{Re})$, wobei k die Wellenzahl, t die Zeit und $E(t) = \overline{u^2}/2 = \int_0^\infty F(k, t)\, dk$ die Turbulenzenergie je Masseneinheit, $L(t) = E^{-1} \int_0^\infty F(k, t)\, dk/k$ eine mittlere Wellenlänge, $\chi = k\, L(t)$ eine dimensionslose Zahl und $\mathrm{Re} = \varkappa\, L \sqrt{E}/\nu$ die Reynoldszahl der Turbulenz ist. Über die Konstante $\varkappa$ wird später im Zusammenhang mit dem Heisenbergschen Näherungsansatz für die turbulente Zähigkeit verfügt. Für große k ergibt die Rechnung das inzwischen auch von Bass (dies. Zbl. **34**, 269), Chandrasekhar (dies. Zbl. **36**, 255) u. a. gefundene exakte Gesetz $F(k) \sim (k_0/k)^{5/3} (1 + \mathrm{const}\, (k/k_0)^4)^{-4/3}$. Für kleine k wird $F(k) \sim k^{\xi - 1}$ angesetzt, wobei die Konstante ξ das Abklinggesetz bestimmt (z. B. ist für $\xi = 2$: $E \sim t^{-1}$). Diese Konstante ermöglicht die Auswahl einer passenden Lösung beim Vergleich theoretischer Spektren mit Messungen auch bei Abständen vom Turbulenzgitter, bei denen noch kein voll ausgebildeter Gleichgewichtszustand besteht (etwa 20 bis 100 Maschenweiten). Ein derartiger Vergleich mit den von Simmons and Salter [Proc. R. Soc. London A **165**, 73—89 (1938)] gemessenen Spektren gibt gute Übereinstimmung. *F. Riegels.*

Parsons, D. H.: Fluid motions whose kinematics are independent of the compressibility of the fluid. Quart. J. Mech. appl. Math. **3**, 446—451 (1950).

Gewisse Geschwindigkeitsverteilungen können sowohl von einem kompressiblen als auch von einem inkompressiblen Medium angenommen werden. Bei ebener Strömung kann dies nur bei geraden oder kreisförmigen Stromlinien eintreten. Die räumliche Strömung mit geraden Stromlinien bedingt konstante Geschwindigkeit auf den einzelnen Stromlinien. Abschließend werden die allgemeinen Eigenschaften der Lösungen diskutiert. *Klaus Oswatitsch.*

Ballabh, Ram: Coincidence of vortex and stream lines in a liquid of variable density. Ganita, Lucknow **1**, 39—43 (1950).

Strömungen eines inkompressiblen, geschichteten Mediums, bei welchem die Strom- und Wirbellinien zusammenfallen, werden studiert. Wenn außerdem der Geschwindigkeitsbetrag in den einzelnen Schichten konstant sein soll, gibt es keine stationären Lösungen. Instationäre Lösungen gab Verf. bereits früher an. Das Problem ist für Strömungen um Schiffe von Interesse. *Klaus Oswatitsch.*

Dörr, J.: Beitrag zu einer Wirbeltheorie des kompressiblen Mediums. Ingenieur-Arch., Berlin **18**, 378—384 (1950).

Ausgehend von dem Potential einer Quelle veränderlicher Ergiebigkeit in einem sonst ruhenden Medium wird durch Integration das Potential einer Quellgeraden erzeugt, die in einem Zeitpunkte mit konstanter Stärke zu fließen beginnt. Differentiation und Übergang zu einem bewegten Koordinatensystem liefern das Potential eines mit Unterschallgeschwindigkeit anschwimmenden Dipolfadens konstanter Stärke, der in einem bestimmten Zeitpunkte entstanden ist. Denkt man sich derartige Dipolfäden laufend in einem Punkte erzeugt, so erhält man ein Potential φ_w, das für ein inkompressibles Medium das Potential eines in einem Zeitpunkte erzeugten gebundenen Wirbels einschließlich seines mit dem Grundstrom abschwimmenden freien Wirbels darstellt. Entsprechend wird φ_w für kompressible Medien gedeutet. Wesentlich ist, daß hier die Anteile des freien und des gebundenen Wirbels nicht mehr getrennt werden können. — Das Duhamelsche Integral liefert das Potential eines Wirbels mit zeitlich veränderlicher Auftriebsstärke einschließlich seiner Schleppe. Insbesondere wird dann noch gezeigt, daß man so für den schwingenden Flügel zur selben Integralgleichung gelangt, die Possio [Zbl. f. Mech. **7**, 327 (1938)] vom Prandtlschen Beschleunigungspotential ausgehend gewonnen hat. *H. Söhngen.*

Martin, Monroe H.: Steady, rotational, plane flow of a gas. Amer. J. Math. **72**, 465—484 (1950).

In die Gasgleichungen werden Druck p und Stromfunktion ψ als unabhängige Veränderliche eingeführt. Die Bestimmung der restlichen Unbekannten x, y, u, v führt dann auf eine partielle Differentialgl. für $\theta = \operatorname{arctg} v/u$ (Voraussetzung: $\theta_\psi \not\equiv 0$). In diese geht außer θ nur noch der Geschwindigkeitsbetrag q ein, der durch die Bernoullische Gleichung als Funktion von p und ψ gegeben ist. Nimmt man umgekehrt θ als gegeben an, so erhält man eine lineare partielle Differentialgl. 3. Ordnung für q. Der Fall $\theta = \theta(\psi)$ (gradlinige Strömung) wird eingehender untersucht. Damit dies eintritt, muß die Zustandsgleichung eine ganz bestimmte Form haben. Zerfällt diese noch, $\varrho = \Sigma(S)\,\Pi(p)$ (ϱ = Dichte, $S = S(\psi)$ = Entropie), so laufen die Stromlinien in einem Punkt zusammen und es ist $u = \lambda(\psi)\,u_1$, $v = \lambda(\psi)\,v_1$, wobei u_1, v_1 eine wirbelfreie Strömung darstellen. Der Ausnahmefall $\theta_\psi \equiv 0$ (isokline Strömung) bedingt ebenfalls eine ganz bestimmte Form der Zustandsgl. Zerfällt diese wie oben, so ist $u = \lambda(\psi)\,u_1$, $v = \lambda(\psi)\,v_1$, wobei u_1, v_1 eine wirbelfreie Prandtl-Meyer-Strömung darstellen. *H. Söhngen.*

Howarth, L.: The propagation of steady disturbances in a supersonic stream bounded on one side by a parallel subsonic stream. Proc. Cambridge philos. Soc. **44**, 380—390 (1948).

Um einen ersten Einblick darin zu gewinnen, wie sich eine in einer Überschallströmung erzeugte Störung durch eine angrenzende Grenzschicht stromaufwärts fortpflanzt, wird das folgende ebene Modell untersucht: Zwei Parallelströme, die längs einer Geraden aneinander stoßen, aber sonst unbegrenzt sind und von denen der eine im Überschallgebiet, der andere im Unterschallgebiet liegt. Im Überschallgebiet wird in einem Bereich eine stationäre Störung vorgegeben. Diese pflanzt sich längs der Machschen Linien fort, erreicht die Grenzgerade, wird dort teilweise reflektiert und dringt teilweise in das Unterschallgebiet ein. Dort breitet sie sich nach allen Richtungen aus und gibt wieder Anlaß zu Störungen im Überschallbereich. — Diese Aufgabe wird im Rahmen einer linearen Theorie vollständig gelöst. *H. Söhngen.*

Tomotika, S. and K. Tamada: Studies on two-dimensional transonic flows of a compressible fluid. — Part II. Quart. appl. Math. **8**, 127—136 (1950).

In Fortsetzung ihrer früheren Mitteilung (dies. Zbl. **34**, 417) teilen Verff. mit, daß sich weitere partikuläre Integrale der Differentialgleichung ihres hypothetischen Gases nicht finden ließen. Sie greifen daher zu der Hodographen-Methode, die auch für ihr hypothetisches Gas auf eine lineare Differentialgleichung führt. Für diese wird eine Klasse von Lösungen in hypergeometrischen Funktionen mit einem verfügbaren Parameter angegeben. Die hier mögliche lineare Superposition gestattet die Herstellung weiterer und allgemeinerer Lösungen. Sonderfälle des in den Lösungen verfügbaren Parameters führen auf elementare Funktionen. Das Verhalten vorkommender isolierter Singularitäten wird ausführlicher behandelt. Numerische Beispiele werden nicht angegeben. Verff. kündigen vielmehr für den III. Teil der Untersuchung [Quart. appl. Math. **9**, 129—147 (1951)] die Einführung eines neuen, zweiten hypothetischen Gases an, welches eine höhere Approximation an die Wirklichkeit darstellt. *Henry Gortler.*

Stewartson, K.: On the linearized potential theory of unsteady supersonic motion. Quart. J. Mech. appl. Math. **3**, 182—199 (1950).

Die linearisierte dreidimensionale, reibungs- und wirbelfreie Überschallstromung um einen harmonisch schwingenden Tragflügel, die in mehreren Arbeiten mittels der Theorie der Fouriertransformation von J. W. Miles, mittels der Methode der Singularitatenbelegung („oszillierende Überschallquellen") von J. C. Evvard [NACA Rep. No. 951, (1950)] u. a., mit einer mehr direkten, sehr eleganten Methode von C. Gardner (dies. Zbl. **38**, 116), sogar bei allgemeiner Zeitabhängigkeit, behandelt wurde, wird in der vorliegenden Arbeit vom Verf. mittels der Theorie der Laplacetransformation angegriffen. Dabei ergeben sich zunächst die Resultate von C. Possio [Acta Pontificia Acad. Sci. **1**, 93—106 (1937), S. v. Borbely (dies. Zbl. **28**, 125) u. a. fur das Problem des Flugels mit unendlichem Seitenverhältnis („ebenes" Problem) in sehr einfacher und kurzer Weise. Eine allgemeine Darstellung des Geschwindigkeitspotentials durch den auf dem nichtgewolbten, unendlich dunnen Flugel vorgegebenen Druck schließt sich an. (Sie kann zur Aufstellung einer Integralgleichung fur den Druck zu vorgegebener Gestalt und Bewegung des Flügels herangezogen werden.) Für den rückwärts gepfeilten, zur Mittelebene symmetrischen Flügel mit Überschallvorderkanten wird durch Laplacetransformation in Stromungsrichtung und Fouriertransformation in Hochachsenrichtung ein Resultat hergeleitet, das fur numerische Zwecke demjenigen von J. E. Garrick und S. J. Rubinov [NACA Rep. No. 872 (1947)] beträchtlich überlegen ist (und wie jenes die Unabhängigkeit des Auftriebs- und Momentenbeiwertes vom Pfeilungswinkel zeigt). Auch der im ersten Quadranten der Flügelgrundrißebene gelegenene sogen. halbunendliche Flügel kann uberraschend einfach behandelt werden. — Der symmetrisch zur Anströmungsrichtung gelegene harmonisch oszillierende Dreiecksflugel mit Unterschallvorderkanten ist (selbst im Rahmen der linearisierten Theorie) mit keiner der bisher bekannten Methoden exakt zu behandeln. Auch in der vorliegenden Arbeit wird dieses Problem nur näherungsweise gelöst, indem eine Reihenentwicklung des Geschwindigkeitspotentials nach steigenden Potenzen der Schwingungsfrequenz angesetzt und eine allgemeine Konstruktionsmethode zur Gewinnung ihrer Koeffizienten angegeben wird. — Diese wird speziell verwendet, um die drei ersten Koeffizienten der Reihe herzuleiten. — Auch die Behandlung des schlanken oszillierenden Drehkörpers mittels der Laplacetransformation ist in gleich einfacher Weise möglich und wird in einem kurzen Abschnitt vorgeführt.
Hermann Behrbohm.

Miles, John W.: Transient loading of supersonic rectangular airfoils. J. aeronaut. Sci., Easton, Pa. **17**, 647—652 (1950).

Für einen Rechteckflügel, dessen Streckung größer als $1\sqrt{M^2-1}$ ist ($1 < M$ = Mach-Zahl), werden (linearisierte) Formeln für Druckverteilung, Auftrieb und Moment angegeben, wenn der lokale Anstellwinkel die Form hat $\alpha(\xi, t) = f(\xi)\, H(t - t_0(\xi))$ (ξ = Tiefenkoordinate, t = Zeit, H = Heavisidesche Stoßfunktion). Genauer betrachtet werden die beiden Spezialfälle $f(\xi) = 1$, $t_0(\xi) = 0$ (plötzliche Erhöhung des Anstellwinkels) und $f(\xi) = 1$, $t_0(\xi) = \xi/U$ (Eintritt in eine Bö); Zahlwerte für Auftrieb und Moment in Abhängigkeit von der Zeit werden für 4 verschiedene Mach-Zahlen in Diagrammen wiedergegeben und mit denen des ebenen Problems verglichen. *Johannes Weissinger.*

Frick, C. W. and R. S. Chubb: The longitudinal stability of elastic swept wings at supersonic speed. J. aeronaut. Sci., Easton, Pa. **17**, 691—704 (1950).

Fur einen gepfeilten Flügel ist die Frage der Beeinflussung seiner Längsstabilität durch sein elastisches Verhalten von großer Bedeutung. Verff. berichten über einige analytische Studien des N. A. C. A. zu diesem Thema aus den letzten Jahren. Betrachtet werden nach außen verjungte, nach hinten gepfeilte Flugel großen Seitenverhaltnisses (also mit im wesentlichen elliptischer Auftriebsverteilung langs Spannweite), von denen längs der Spannweite konstantes Verhaltnis von ortlichem Biegemoment zu Trägheitsmoment des ortlichen Schnitts, also eine parabolisch geformte Biegelinie angenommen wird (es wird die einfache Balkentheorie verwendet und die Krummung der Torsionslinie in der Nahe der Flügelmitte vernachlassigt). Unter diesen Annahmen ergibt sich eine in Spannweitenrichtung linear anwachsende Schränkung des Flügels unter Last. Untersucht werden beschleunigte Flugzustände bei Überschallgeschwindigkeit, die Flügelvorderkanten seien Unterschallkanten. die Hinterkanten dagegen nicht. — Die Luftkrafte auf den elastisch deformierten Flugel werden nach der linearisierten Theorie der tragenden Fläche ermittelt. Dabei werden die Storeinflusse der Flugelenden auf die Auftriebsverteilung vernachlassigt. Der bekannten (kegeligen) Luftkraftverteilung für den starren Flügel ist die Luftkraftverteilung infolge der symmetrischen linearen Flügelschrankung additiv zu überlagern. Diese zusätzliche Luftkraft wird durch additive Überlagerung (Integration) unendlich vieler infinitesimaler kegeliger Losungen vom bekannten Lagerstromschen Typus [NACA tech. Note **1685** (1948)] längs Spannweite näherungsweise als geschlossener analytischer Ausdruck gewonnen. (Der Fehler, den man dabei dadurch begeht, daß durch diese Konstruktion die Druckverhältnisse vor dem Flügel auf der Flugelgegenseite gestort werden, ist gering, ei wird in Anbetracht der sonstigen Naherungsannahmen vernachlässigt.) Da die Grundlast dem Anstellwinkel α des starren Flügels, die Zusatzlast dagegen dem Verhaltnis $M/E\,I$ (M Biegemoment, E Elastizitatsmodul, I Tragheitsmoment des ortlichen Flügelschnitts) proportional ist, müssen α und $M/E\,I$ erst noch in Relation gebracht werden. Dies geschieht über die Maximalspannung an der Flügelwurzel unter Beachtung der Tatsache, daß das Biegemoment dem Anstellwinkel proportional ist. — Um auch den Einfluß der Verdrehweichheit des Flügels neben seiner Biegeweichheit in Ansatz zu bringen, wird zunachst bemerkt, daß fur stark gepfeilte dunne Flügel die aeroelastische Schrankung infolge Torsion etwa 15—20% derjenigen infolge Biegung ist. Der Einfluß der Verdrehweichheit auf die Spannweitenverteilung der Last wird daher zur Ermittlung des laufenden Drehmoments längs Spannweite (aber nur hierzu) vernachlässigt. Ferner wird angenommen, daß wie die Biegeschrankung so auch die Torsionsschrankung linear längs Spannweite verläuft. Wie oben kann dann auch hier die zusätzliche Luftkraftverteilung infolge Verdrehweichheit bestimmt werden. — Durch Integration der örtlichen Druckverteilung ergeben sich alsdann Gesamtauftrieb und Gesamtlängsmoment bei kombinierter Biege- und Torsionsweichheit des Flügels. Für festen Anstellwinkel werden Formeln angegeben für die Verhaltnisse der Auftriebs- und Momentenbeiwerte des elastischen zu denen des starren Flügels als Funktionen der geometrischen Flügeldaten, der Maximalspannung des Wurzelquerschnitts, des maximalen Lastvielfachen und der elastischen Großen E und G (Elastizitäts- und Schubmodul). — Die Rechnungen konnen vereinfacht werden, indem man statt der Theorie der tragenden Fläche eine von Brown und Adams [NACA techn. Note **1566** (1948)] — allerdings für Flügel mit antisymmetrischer Schränkung — entwickelte Streifenmethode verwendet. Wie an Hand durchgerechneter Beispiele gezeigt wird, geben beide Verfahren genügend übereinstimmende Resultate. Schließlich wird mit diesem einfacheren Streifenverfahren dann die Annahme einer parabolischen Biegelinie auf ihre Brauchbarkeit geprüft, indem mittels Diederichs Matrizenmethode [NACA techn. Note **1876** (1949)] ein von diesem Verf. bereits behandelter Flügel, dessen $M/E\,I$ mit der 4. Potenz der Spannweitendimension variiert, bei reiner Biegeverformung durchgerechnet wird. Verglichen wird mit dem nach der tragenden Fläche gerechneten Flügel bei parabolischer Biegelinie. Bis zu einem Staudruck, der zu 40% Auftriebsverlust des elastischen Flügels gegenüber dem starren Flügel führt, zeigt sich genügende Übereinstimmung. Aber auch bei Berücksichtigung der Torsionseffekte ergeben sich noch brauchbare Resultate mit dem vorgeschlagenen Verfahren. Ein interessanter Vergleich dieser Verhältnisse bei inkompressiblei und bei kompressibler Strömung beschließt die Arbeit. Die Macheffekte äußern

sich (wie eigentlich vorauszusehen) im wesentlichen nur in der verschiedenen Druckpunktlage und gehen daher hauptsächlich in den Beitrag der Torsionsweichheit ein. *Hermann Behrbohm.*

Behrbohm, H. und K. Oswatitsch: Flache kegelige Körper in Überschallströmung. Ingenieur-Arch., Berlin **18**, 370—377 (1950).

Die Aufgabe der Umstromung eines flachen und kegeligen Korpers ist in einer linearen Theorie gleichbedeutend mit der Bestimmung derjenigen Lösung der Wellengleichung $\varphi_{xx} - \varphi_{yy} - \varphi_{zz} = 0$, fur die φ_z in einem beliebigen keilformigen Bereich $\mathfrak{B}$ der z-Ebene auf Ober- und Unterseite gegeben und längs der Halbgeraden durch die Spitze von $\mathfrak{B}$ konstant ist, also nur eine Funktion des Winkels η an der Spitze ist. Auf Ober- und Unterseite kann aber φ_z verschiedene Werte haben. Weiter ist noch zu verlangen, daß φ_z in jedem Punkt der z-Ebene, der nicht in dem von der Spitze von $\mathfrak{B}$ ausgehenden Mach-Kegel $\mathfrak{M}$ und nicht in $\mathfrak{B}$ liegt, verschwindet. — Diese Aufgabe wird mittels der Singularitatenmethode behandelt, wobei Ober- und Unterseite getrennt betrachtet werden. Als Grundlosungen kegeliger Stromungen werden mit Quellen belegte Halbgeraden genommen, bei denen die Quellintensität proportional dem Abstand von der Spitze ist. Belegt man damit von der Spitze von $\mathfrak{B}$ ausgehend die ganze Ebene und läßt die Intensitat c der Quellsperre noch von η abhangen, so erhalt man ein Geschwindigkeitsfeld, dessen z-Komponente fur z gegen Null zur jeweiligen Intensität e proportional ist. Ist also φ_z uberall in der Ebene $z = 0$ gegeben, so ist damit das Problem erledigt. Schwierigkeiten treten nur dann auf, wenn φ_z in einem Teil von $\mathfrak{M}$ nicht bekannt ist. Dort ist zu verlangen, daß sich die von der Oberseitenbelegung und Unterseitenbelegung erzeugten Geschwindigkeiten stetig verhalten. — Verff. zeigen, daß sich die Belegungsintegrale des $\mathfrak{M}$-Bereichs so umformen lassen, daß die Randwerte von φ_x und φ_y die Form der Normalableitung einer ebenen Wirbelschicht in einem inkompressiblen Medium annehmen. (Die Wirbeldichten ergeben sich dabei aus der Belegungsdichte e durch eine Integration.) Geht man mit dieser Darstellung in die Stetigkeitsbedingung fur φ_x ein, so erhält man fur die „Wirbeldichte" eine Integralgleichung, wie sie aus der Theorie der dunnen Profile bekannt ist. Ihre Auflosung liefert die Wirbeldichte und damit auch die Normalkomponente in dem restlichen Bereich. *H. Söhngen.*

Stone, A. H.: On supersonic flow past a slightly yawing cone. J. Math. Phys., Massachusetts **27**, 67—81 (1948).

Ein kreiszylindrisches, in einen geraden Kreiskegel vom halben Öffnungswinkel θ_s als Kopf auslaufendes Geschoß bewege sich stationar und geradlinig mit einer Geschwindigkeit vom Betrage U in einer gegen seine Symmetrieachse unter einem Winkel ε schiebenden Richtung. Von der Geschoßspitze geht dann bei $\theta_s < 56°$ und hinreichend großer Machzahl U/a (a = Schallgeschwindigkeit) eine sich als kegelformig erweisende Stoß- und von den Projektilschultern eine Ausbreitungswelle aus. Es interessiert die Strömung im Zwischengebiet dieser beiden Wellen mit dem Ziel, die auf den Geschoßkopf wirkenden Krafte und die Gestalt der Stoßwelle zu bestimmen. Dabei soll Zahigkeit, Warmeleitung, Auftreten der Grenzschicht und Oberflachenreibung unberucksichtigt bleiben, die Stromung als stetig von ε abhangig und ε als so klein ($\varepsilon \leq 5°$) angenommen werden, daß Glieder von zweiter und hoherer Ordnung in ε vernachlassigt werden durfen; schließlich soll im genannten Zwischengebiet Überschallgeschwindigkeit vorliegen. Nach Einfuhrung von Kugelkoordinaten r, θ, φ werden fur die in positiver Richtung genommenen Komponenten u, v, w des Geschwindigkeitsvektors zunächst alle aus den aerodynamischen Grundgleichungen sich ergebenden Beziehungen im nichtschiebenden Fall $\varepsilon = 0$, $u = \bar{u}$, $v = \bar{v}$, $w = \bar{w}$ aufgestellt und danach bei $\varepsilon \neq 0$ fur $u - \bar{u}$, $v - \bar{v}$, $w - \bar{w}$, $p - \bar{p}$, $\varrho - \bar{\varrho}$ (p = Druck, ϱ = Dichte) Fourierentwicklungen mit Entwicklungskoeffizienten angesetzt, die sich als Funktionen lediglich von θ erweisen. Fur diese ergibt sich durch Einsetzen der u, v, w usw. in die Grundgleichungen und Vergleich der Potenzen von ε ein Differentialgleichungssystem, das nach Aufstellen der Randbedingungen auf der Stoßwelle und der Geschoßoberflache bis auf wenige gesondert behandelte Ausnahmefälle die Bestimmung der Fourierkoeffizienten gestattet; es stellt sich heraus, daß nur endlich viele von ihnen von Null verschieden werden. Wenn u, v, w und ihre raumlichen Ableitungen stetig von ε abhängen, laßt sich sogar noch die Eindeutigkeit der Losung zeigen und eine Aussage uber die Gute der gegebenen Näherung machen. Die Arbeit schließt mit Angaben numerischer Resultate, Kontrollen der Theorie am experimentellen Material und einem Vergleich mit anderen Naherungsverfahren; die Brauchbarkeit des gemachten Ansatzes fur praktische Zwecke scheint hinreichend gesichert. *Heinrich Grell.*

Guderley, G. and H. Yoshihara: The flow over a wedge profile at Mach number 1. J. aeronaut. Sci., Easton, Pa. **17**, 723—735 (1950).

Wird ein keilförmiges Profil (Vorderkantenwinkel ϑ_0) mit Schallgeschwindigkeit symmetrisch angeströmt, so genügt auf Grund des Ähnlichkeitsgesetzes die Legendre-Transformierte φ des Potentials in der Hodographenebene der Gleichung $\varphi_{\eta\eta} - \eta\,\varphi_{\vartheta\vartheta} = 0$ mit den Randbedingungen $\varphi_\vartheta = 0$ auf I ($-\infty < \eta < 0, \vartheta = 0$), II ($-\infty < \eta \leq \eta_0 = (3\vartheta_0/4)^{\frac{2}{3}}$, $\vartheta = \vartheta_0$) und auf III ($\eta = \eta_0$, $\vartheta_0/2 \leq \vartheta \leq \vartheta_0$), wo überdies $\varphi_\eta = 0$ sein muß. Ferner ist das singuläre Verhalten im Nullpunkt

vorgeschrieben. Zunächst wird aus einer Grundlösung mit der richtigen Singularität durch Spiegelung ein Potential φ_1 mit $\varphi_{1\vartheta} = 0$ auf I und II gebildet. Eine geeignete Fourierentwicklung von $\varphi_{1\vartheta}$ auf III ermöglicht die Bestimmung eines Potentials φ_2, so daß $(\varphi_1 + \varphi_2)_\vartheta = 0$ auf I + II + III. Ein Fourierreihenansatz für φ_3 derart, daß $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3$ alle Bedingungen erfüllt, würde unmittelbar auf ein unendliches Gleichungssystem führen, läßt sich aber näherungsweise (nämlich unter Benutzung asymptotischer Entwicklungen für die von η abhängigen Fourierkoeffizienten) auf die Lösung einer Integralgleichung, wie sie in der Prandtl-Glauertschen Theorie dünner Profile auftritt, also auf die Bestimmung von Fourierkoeffizienten einer gegebenen Funktion zurückführen. Numerische Ergebnisse (Druckverteilung und Widerstand) werden für verschiedene Dickenrücklagen und verschiedene Hinterkantenformen mitgeteilt und mit den Werten einer früher behandelten Profilform (U. S. Air Force Report, F-Tr-1171-ND, June 1948) verglichen.

Johannes Weissinger.

Ferrari, Carlo: Sul problema del fuso e dell'ogiva di minima resistenza d'onda. Atti Accad. Sci. Torino, Cl. I **84**, 3—18 (1950).

Verf. nimmt seine Untersuchungen über die Frage nach der Gestalt des Drehkörpers und des Ogivals geringsten Widerstandes (dies. Zbl. **23**, 80, **25**, 114) wieder auf. Zugrunde gelegt ist dabei — wie auch in andern diesbezüglichen Untersuchungen [Th. von Kármán, Accad. Ital. Fondaz. A. Volta. Atti, Convegni **5**, 222—283 (1935); M. J. Lighthill, Aeronautics Res. Committee Rep. & Mem. No. 2003 (1945); W. R. Sears, dies. Zbl. **31**, 91] — die linearisierte Theorie der drehsymmetrischen Überschallströmungen. Während aber sonst mit dem Geschwindigkeitspotential gearbeitet und die Randbedingung (Kontur gleich Stromlinie) auf der Kontur nur unvollkommen erfüllt wird, benützt Verf. die Stromfunktion und erfüllt in der erstgenannten Arbeit diese Bedingung auf der Kontur exakt. Er erhält für den Beiwert des Wellenwiderstandes (bezogen auf die größte Querschnittsfläche) die Darstellung

$$c_w = \frac{1}{2}\left(\frac{l}{r_0}\right)^2 \int_0^\infty dm \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} m\, f(\xi)\, f(\xi_1) \cos m(\xi - \xi_1)\, d\xi\, d\xi_1 .$$

($2\,l$ Gesamtlänge des Drehkörpers, der sich von $x = -l$ bis $x = l$ erstreckt, r_0 sein maximaler Radius, $\xi = x/l$, $\xi_1 = x_1/l$, x-Achse = Geschoßachse = Richtung der ungestörten Strömung, y hierzu senkrechte Koordinate in einer Meridianebene, $\eta = y/l$). Die Funktion f ist hierbei der Quellstärke der Belegung der x-Achse mit Überschallquellen proportional, aber nicht — wie bei den genannten Verff. — aus $U_\infty/2\pi \cdot dF/dx$ [U_∞ Anströmgeschwindigkeit, $F = F(x)$ = Querschnittsfläche des Körpers an der Stelle x] und damit (gewiß nicht streng richtig) Machzahl-unabhängig bestimmt. Sie steht mit der Körperkontur vielmehr in wesentlich komplizierterer, hier nicht zu nennender Beziehung. — Für den Drehkörper geringsten Wellenwiderstandes, dessen Meridianlinie durch den vorgegebenen Punkt $P(\eta_0 = r_0/l,$ $\xi = a)$ gehen soll, ergibt sich die Integralgleichung

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-1}^{1} \frac{f_1(\xi_1)\, d\xi_1}{\xi_1 - \xi} = \begin{cases} \lambda - \lambda' \dfrac{\xi - a}{\sqrt{(\xi - a)^2 - B^2\,\eta_0^2}} & \text{für} \quad -1 \leqq \xi \leqq a - B\,\eta_0 \\ \lambda & \text{für} \quad a - B\,\eta_0 \leqq \xi \leqq 1 \end{cases}$$

für die Funktion $f_1 = df/d\xi$, wobei $B = \sqrt{M^2 - 1}$ (M Machzahl der Anströmung) ist und wobei λ und λ' zwei Konstanten sind, die so bestimmt werden müssen, daß 1. $\int_{-1}^{1} f\, d\xi = 0$ ist und daß 2. die Meridianlinie durch P geht. Das Neue der vorliegenden Arbeit gegenüber der erstgenannten des Verf. ist nun, daß diese Integralgleichung nicht wie dort durch den Munk-Glauertschen Reihenansatz, sondern gemäß den H. Söhngenschen Untersuchungen (dies. Zbl. **20**, 362) geschlossen gelöst

wird. Aus f kann dann die Meridianlinie des optimalen Drehkörpers bestimmt werden. Ein numerisches Beispiel ($M = 2$, $a = 0$, $\eta_0 = 0{,}2$) wird durchgeführt. (Die gewonnene und in Fig. 4 aufgezeichnete Kontur kann aber wirklich nur „grosso modo" die gewünschte sein, denn sie erfüllt die Bedingung, durch $a = 0$, $\eta_0 = 0{,}2$ zu gehen, dem bloßen Augenmaß zufolge um einige Prozente nicht; wenn schon die Quellbelegung der Geschoßachse so sauber bestimmt und die auftretende Integralgleichung geschlossen gelöst wird, wäre es wünschenswert gewesen, auch für die Gewinnung der endgültigen Kontur eine gewisse Mühe nicht zu scheuen.) — Einige Betrachtungen über die mit der Anwendung der linearen Theorie verknüpften Fehler leiten die Arbeit ein, einige Bemerkungen über das Ogivalproblem beschließen sie. *Hermann Behrbohm.*

Etkin, Bernard and Victor C. Szebehely: Comments on Truesdell's paper on Bernoulli's theorem for viscous compressible fluids. Phys. Rev., Lancaster Pa., II. S. **80**, 767 (1950).

Die Arbeit enthält eine Kritik der im Titel genannten Arbeit (dies. Zbl. **36**, 134). Die Zweckmäßigkeit der Formulierung von Truesdell wird in Zweifel gezogen und eine andere Erweiterung des Theorems von Bernoulli vorgeschlagen, welche sich auf einfache Art auf den klassischen Fall reduzieren läßt. *Ludwig Biermann.*

Lighthill, M. J.: Reflection at a laminar boundary layer of a weak steady disturbance to a supersonic stream, neglecting viscosity and heat conduction. Quart. J. Mech. appl. Math. **3**, 303—325 (1950).

Die laminare Grenzschicht wird als reibungsfreie Parallelströmung idealisiert, in der die Machzahl kontinuierlich vom Außenwert auf Null abnimmt. In dieser Schicht wird eine schwache stationäre Störung reflektiert. Sie pflanzt sich im Überschallteil längs Charakteristiken fort, wobei alle Größen nur von der Machzahlverteilung, nicht aber von der Temperaturverteilung abhangen. Die Wirkungen stromaufwärts erweisen sich als unbedeutend, ein Resultat, das zu vielen Versuchsergebnissen in Widerspruch steht. Auch die Widersprüche zu anderen Theorien werden in Hinblick auf die verschiedenen Vernachlässigungen besprochen. Von mathematischem Interesse ist die Behandlung von Langers Theorie für Differentialgleichungen mit einem großen komplexen Parameter. *Klaus Oswatitsch.*

Oswatitsch, Kl.: Der Verdichtungsstoß bei der stationären Umströmung flacher Profile. Z. angew. Math. Mech. **29**, 129—141 (1949).

Der Verdichtungsstoß auch an flachen Profilen bedingt einen Entropieanstieg und damit eine Wirbelbildung. Berechnet man den Widerstand aus der Druckverteilung, so kann man den Entropieanstieg vernachlässigen. Er wird dagegen wesentlich, wenn man den Widerstand aus dem Stoßwellenwiderstand ableiten will. Eine linearisierte Theorie ist dann nicht mehr brauchbar, Drehungsfreiheit darf dagegen angenommen werden. Eingehender behandelt wird noch das Verhalten der Strömung in größerem Abstande vom Profil, sie verhält sich dort wie eine Eckenströmung. Diskutiert wird weiter der Einfluß des Entropieanstieges auf die Druckverteilung und gezeigt, daß bei schallnaher Überschallströmung die bisherigen Formeln einer Korrektur bedürfen. Es sind größere Auftriebe und größere Widerstände zu erwarten, sowie größere Dickenrücklagen für Profile kleinsten Widerstandes. Aus der Gleichheit des aus Druckverteilung und des aus Stoßverlusten berechneten Widerstandes wird noch für Profile mit lokalen Überschallgebieten ein Zusammenhang zwischen Höhe des Drucksprunges und Druckverteilung am Profil abgeleitet. *H. Söhngen.*

Rand, Robert C.: Prandtl-Meyer flow behind a curved shock wave. J. Math. Phys. Massachusetts **29**, 124—132 (1950).

Es ist bekannt, daß bei gleichförmiger Anströmung eines Profils die Strömung hinter einem gekrümmten Verdichtungsstoß nicht wirbelfrei, insbesondere also keine Prandtl-Meyer-Strömung sein kann. Trotzdem wird von dieser vereinfachenden

Voraussetzung oft Gebrauch gemacht. Um einen Einblick darin zu gewinnen, wann dies zulässig ist, wird für ein einfaches spitzes Profil eine Anströmung konstruiert, die in der Umgebung des Profils isentropisch und gleichförmig ist, und hinter dem Verdichtungsstoß eine Prandtl-Meyer-Strömung erzeugt. Dadurch sind Stoßlinie und Anströmung im gesamten Gebiet eindeutig bestimmt. Die Ungleichförmigkeit der Anströmung wird dann als Maß für die Zulässigkeit der vereinfachenden Voraussetzung angesehen und an Schaubildern gezeigt, daß man damit bis zu Profilwinkeln von etwa 8° gut arbeiten kann. *H. Söhngen.*

Puckett, A. E. and H. J. Stewart: The thickness of a shock wave in air. Quart. appl. Math. **7**, 457—463 (1950).

Während bei vernachlässigter Zähigkeit und Wärmeleitfähigkeit Verdichtungsstöße in eindimensionalen Überschallströmungen als Diskontinuitäten betrachtet werden können, ist dies in einem wirklichen Gas bei großen Geschwindigkeitsgradienten nicht mehr möglich, vielmehr erfolgt die Verzögerung in einem Gebiet mit endlichen, wenn auch kleinen Abmessungen. Dieses von R. Becker [Z. Phys. 8, 321 (1922)] für die Prandtl-Zahl Pr = 0,75 und konstante Werte der Zähigkeit (μ), der Wärmeleitfähigkeit (λ) und der spezifischen Wärme bei konstantem Druck (c_p) gelöste Problem greifen die Verfasser erneut auf, indem sie c_p, μ und λ als Funktion der absoluten Temperatur T einführen, aber weiterhin die Prandtl-Zahl Pr = 0,75 beibehalten. Es ergeben sich Stoßdicken von der Größenordnung mehrerer mittlerer freier Weglängen. Für den speziellen Fall des Beckerschen Problems ist der Verlauf der Geschwindigkeitsverteilung vom hohen zum niedrigen Wert über einer Art Reynolds-Zahl des Verdichtungsstoßes in einem Diagramm für verschiedene Machzahlen dargestellt. Verff. weisen darauf hin, daß diese Lösung bis auf einen konstanten Faktor mit der entsprechenden Lösung ohne Wärmeübergang (Pr = ∞) fast identisch ist. *F. Riegels.*

Storruste, A. and H. Wergeland: On two complementary diffraction problems. I. Circular hole and disc in confocal coordinates. Norske Vid. Selsk. Forhdl. **21**, Nr. 10, 38—42 (1949).

Das Problem der Beugung einer ebenen Schallwelle, welche senkrecht auf eine schallharte dünne Kreisscheibe bzw. auf eine schallharte dünne Ebene mit kreisförmiger Öffnung trifft, wird mathematisch in den Koordinaten des abgeplatteten Rotationsellipsoids formuliert. Siehe auch nachsteh. Referate. *Josef Meixner.*

Storruste, A. and H. Wergeland: On two complementary diffraction problems. II. Transmission of sound through a circular hole. Norske Vid. Selsk. Forhdl. **21**, Nr. 11, 43—48 (1949).

Die Durchlässigkeit einer kreisförmigen Öffnung in einer unendlich ausgedehnten schallharten Ebene für senkrecht einfallende ebene Schallwellen wird theoretisch untersucht. Die Methode, Entwicklung der einfallenden und gebeugten Welle nach Sphäroidfunktionen in den Koordinaten des abgeplatteten Rotationsellipsoids, entspricht jener in der Dissertation von Bouwkamp (Groningen, Batavia, 1941). *Josef Meixner.*

Storruste, A.: Transmission of waves through circular apertures. Norske Vid. Selsk. Forhdl. **21**, Nr. 21, 84—87 (1949).

Numerische Berechnung des Richtungsdiagramms für die durch eine Kreisöffnung in der unendlichen schallharten Ebene hindurchtretende Schallwelle bei senkrechtem Auftreffen einer ebenen Schallwelle für verschiedene Werte von ka ($2\pi/k$ = Wellenlänge, a = Öffnungsradius) zwischen 0 und 10. *J. Meixner.*

Storruste, A.: Scattering of waves by circular discs. Norske Vid. Selsk. Forhdl. **21**, Nr. 22, 88—91 (1949).

Numerische Berechnung des Richtungsdiagramms und der gesamten Intensität einer gebeugten Schallwelle, die beim senkrechten Auftreten einer ebenen Schallwelle auf eine schallharte Kreisscheibe entsteht, für verschiedene Werte von ka zwischen 0 und 10. *Josef Meixner.*

Wärmelehre:

Klemensiewicz, Z.: On the unorthodox versions of the Le Chatelier-Braun principle. Physica, The Hague **16**, 795—804 (1950).

Die vom Verf. so genannte orthodoxe Fassung des Prinzips von Le Chatelier und Braun ist, in einfacher Form, die folgende: Ein freies System befindet sich in stabilem Gleichgewicht, wenn eine durch äußere Einwirkung erzeugte endliche Änderung eines seiner Parameter in dem betrachteten System eine Tendenz zu einer gegenseitigen Änderung dieses Parameters hervorruft. — Die von Ehrenfest, Planck u. a. gegebenen „nicht orthodoxen" Bedingungen stabilen Gleichgewichts, in denen z. T. die Unterscheidung zwischen verallgemeinerten Koordinaten und Kräften eine wesentliche Rolle spielt, sind, was die Geschichte ihres Auftretens betrifft, in früheren Mitteilungen des Verf. behandelt worden [Z. Scientia **43**, 118 (1949); Ark. Fys. **1**, 293 (1949)]. In der vorliegenden Mitteilung werden sie hinsichtlich ihrer sachlichen Reichweite verglichen. Verf. kommt zu dem Schluß, daß alle nichtorthodoxen Fassungen entweder gelegentlich fehlerhaft sind oder doch nur in engerem Bereich überhaupt anwendbar sind. *Uwe Timm Bodewadt.*

Huber, A.: Darstellung der Aktivitäten eines Zweistoffsystemes durch die Mischungswärme. Österreich. Akad. Wiss., math.-naturw. Kl., Anz. **1950 (87)**, 294—295 (1950).

● **Sears, Francis W.: An introduction to thermodynamics, the kinetic theory of gases and statistical mechanics.** (Principles of Physics Series.) Cambridge, Mass.: Addison-Wesley Press, Inc., 1950. 350 p. $ 6,00.

Dieses Buch ist aus Vorlesungen über die Grundlagen und Methoden der Thermodynamik, kinetischen Gastheorie und statistischen Mechanik vor Nicht-Physikern entstanden. Die Darstellung ist dementsprechend ausführlich und elementar ohne dadurch an Genauigkeit einzubüßen; sie zeichnet sich überdies durch große Anschaulichkeit und Klarheit, durch viele schöne Figuren und viele instruktive Aufgaben aus. Auch dem angehenden Physiker kann dieses Buch die Voraussetzungen für ein eingehendes Studium der makrophysikalischen und der atomistischen Theorie der Wärme vermitteln. *Josef Meixner.*

Cox, R. T.: The statistical method of Gibbs in irreversible change. Rev. modern Phys., New York **22**, 238—248 (1950).

Die Methoden der mikrokanonischen und kanonischen Gesamtheiten, welche ursprünglich für Gleichgewichtssysteme erdacht und mit großem Erfolg angewandt wurden, werden auch für Systeme im Nichtgleichgewicht, d. h. für irreversible Prozesse nutzbar gemacht. Für die Wahrscheinlichkeiten p_i, ein System der Gesamtheit in einem bestimmtem Zustand i zu finden, wird ein System von Differentialgleichungen aufgestellt, dessen Lösung bei kleinen Abweichungen vom Gleichgewicht nach den Änderungsgeschwindigkeiten der makroskopischen Koordinaten (Beschränkung auf lineare Glieder wie in der Theorie der irreversiblen Prozesse meist üblich) entwickelt wird. Es ergeben sich, neben anderen allgemeineren Aussagen, verschiedene Reziprozitätsbeziehungen, darunter jene von Onsager (dies. Zbl. **1**, 95; **4**, 183). Abschließend werden verschiedene Minimalprinzipien für irreversible Prozesse diskutiert. *Josef Meixner.*

Band, William: Condensation phenomena in a clustering Bose-Einstein gas. Phys. Rev., Lancaster Pa., II. S. **79**, 871—876 (1950).

Das Kondensationsphänomen eines Gases vom Typ des Heliums wird untersucht, in dem bei niedrigen Temperaturen die zur Verflüssigung führenden van der Waalsschen Anziehungskräfte konkurrieren mit der Superfluidität, welche durch die quantenstatistischen Eigenschaften eines Bosegases hervorgerufen wird. Die ersteren Eigenschaften lassen sich durch die Mayersche Kondensationstheorie beschreiben, welche sich genähert in der Weise interpretieren läßt, daß ein reales

Gas als eine Gleichgewichtsmischung von idealen Gasen aufzufassen ist, deren jedes aus N_s Tröpfchen (clustern) von je $s = 1, 2, \ldots$ Atomen besteht. Unter dieser letzteren Näherung wird für ein solches Gas nun quantenmechanisch die Zustandssumme aufgestellt und untersucht. Es stellt sich heraus, daß durch das „Clustern", also die Einführung der van der Waalsschen Anziehungskräfte die Übergangstemperatur gegenüber dem idealen Gas erniedrigt wird, wie die genäherte Berechnung der Dampfdruckkurve zeigt. *Wilhelm Macke.*

Temperley, H. N. V.: Statistical mechanics of the two-dimensional assembly. Proc. R. Soc., London, A **202**, 202—207 (1950).

Die Arbeiten von Kaufmann und Onsager über einen zweidimensionalen Ferromagneten mit Wechselwirkung zwischen nächsten Nachbarn werden auf Netze von Honigwaben- resp. Dreiecksform übertragen. Es wird wieder eine Anomalie der spezifischen Wärme gefunden. Es wird darauf hingewiesen, daß die Wechselwirkung mit den übernächsten Nachbarn einen beträchtlichen Einfluß auf die Lage des Curiepunktes haben kann. *Heinz Koppe.*

Jancel, Raymond: Le deuxième principe de la thermodynamique et la mécanique ondulatoire. Rev. sci., Paris **88**, 160—177 (1950).

Verf. berichtet über die quantenmechanische Begründung der Statistik. Neben den Arbeiten von Pauli und J. von Neumann werden vor allem die von Watanabe (Le deuxième théorème de la thermodynamique et la mécanique ondulatoire, Actual. sci. industr. **308**, Paris 1935), Vonsowsky [Acad. Sci. USSR, J. Phys. **10**, 367—376 (1946)] und Davydov [Acad. Sci. USSR, J. Phys. **11**, 336—343 (1947)] besprochen. *Gerhard Höhler.*

● **Vernotte, Pierre: Thermocinétique.** (Publ. Sci. Techn. Ministère de l'Air no. 224.) Paris: Serv. Document. Inform. techn. Aéronaut. XXI, 459 pp.

In diesem Werke hat sich Verf. zur Aufgabe gesetzt, die Lehre von der Bewegung der Wärme, welche nach der Zeit ihrer Begründung durch Fourier in den letzten Jahrzehnten stark vernachlässigt worden war, zusammenfassend darzustellen. Die Bezeichnung Wärmefortpflanzung (propagation) lehnt er ab, da es an der zeitlich konstanten Fortpflanzungsgeschwindigkeit, wie sie bei Wellen auftritt, hier mangelt; statt dessen wählt er Warmebewegung (thermocinétique). (Ein dem deutschen Ausdruck Warmeausbreitung entsprechendes Wort ist im Französischen nicht gebrauchlich.) Eine Hälfte des Buches ist der mathematischen Theorie gewidmet, die andere den praktischen Anwendungen sonderlich der messenden Physik. Theorie und Praxis sind dennoch nicht scharf getrennt, sondern durchdringen sich uberall gegenseitig. Es fehlt weder an eindringender mathematischer Untersuchung auch mit Hilfe höherer Methoden, noch an praktischem Blick für physikalische Sachverhalte oder nuchterner Kritik an den theoretischen „Stilisierungen" der Probleme. Auf beiden Gebieten hat Verf. Eigenes hinzugefügt; so hat er ein einfaches Meßverfahren für die Wärmeleitzahl entwickelt, bei dem auf eine Platte des zu messenden Stoffes ein erhitzter Meßkörper gestellt wird, dessen Abkühlung verfolgt wird; er hat die zugehörige Theorie entwickelt, ferner z. B. für manche Fragen verallgemeinerte Thetareihen oder divergente Reihen herangezogen. — Das Ganze will ein Lehrbuch sein, welches dem Thermodynamiker eine gründliche Einfuhrung in die Lehre von der Warmebewegung gibt. Obwohl das Buch Strahlung und erzwungene Konvektion nicht weiter betrachtet, rein numerische Losungsverfahren beiseitelaßt und auch in der Theorie der Warmeleitung auf die Probleme vom Typ der Schmelzvorgänge nicht eingeht, ist es durch den Umfang der behandelten Stoffe wie durch die Grundlichkeit ihrer Erorterung für den Mathematiker wie für den Physiker von großem Wert. — Ein Auszug aus dem Inhaltsverzeichnis möge folgen: Der erste Teil (38 S.) behandelt die Grundlagen der Wärmebewegung: 1. Allgemeines (Warme und Temperatur, Einheiten), 2. Bewegungsarten der Wärme, 3. Grundgesetz der Wärmebewegung (Gesetz von Fourier), 4. Randbedingungen, 5. Wärmeubergangszahl, 6. Gleichung der Wärmebewegung, 7. Schwierigkeiten der Lehre von der Wärmebewegung. — Der zweite Teil (177 S.) stellt das Lehrgebäude der Wärmebewegung dar: 1. Dauerzustande, 2. Allgemeines über veränderliche Zustande, 3. Veränderliche Zustände in endlichem Bereich (Einfache Lösungen; Fourierentwicklung; Anwendungen der Fourierschen Methode), 4. Veränderliche Zustände in unendlichem Bereich, mit Anwendungen (Tiefergehende Rechenverfahren; Bedeutung der Anfangszeitspannen; weitere Folgerungen), 5. Theorie der Wärmeübergangszahl, 6. Bedeutung der Lehre von der Wärmebewegung für die Thermodynamik (Notwendigkeit ihrer Kenntnis; Grundriß der Theorie der Wärmebewegung; Folgerungen aus den Gesetzen der Wärmebewegung), 7. Die Frage einer Wärmefortpflanzung (Sinuswellen als Dauerzustand; Bewegung und Fort-

pflanzung; Fortpflanzung thermischer Signale?). — Der dritte Teil (150 S.) bringt Anwendungen und Ergänzungen: 1. Messung der Wärmeleitzahl von Metallen nach dem Verfahren des stationären Punktes, 2. Die praktischen Näherungsverfahren, 3. Ein Abkühlungsproblem, 4. Zeitabhängigkeit der Leitfähigkeit und der Randbedingungen, 5. Die beiden Lösungsformen der Warmebewegung (mit Anwendung auf mittelgute Leiter), 6. Die allgemeinen Meßverfahren fur die Wärmeleitung, 7. Das Dauersignalverfahren. — Es folgt ein Anhang (88 S.), in dem 27 fruhere Arbeiten des Verf. (davon einzelne gemeinsam mit anderen) über die hier behandelten Fragen abgedruckt sind. *Uwe Timm Bodewadt.*

Haase, Rolf: Zur thermodynamisch-phänomenologischen Theorie der Thermodiffusion. Z. Phys., Berlin **127**, 1—10 (1950).

Diffusion und Wärmeleitung in realen Gas- und Flüssigkeitsgemischen werden nach den Methoden der Thermodynamik irreversibler Prozesse behandelt [Meixner, Ann. Physik **39**, 333—356 (1941); dies. Zbl. **25**, 122] und im wesentlichen dieselben allgemeinen Beziehungen für Teilchen- und Energiestrom erhalten wie von Waldmann (dies. Zbl. **33**, 139). Der Thermodiffusionsfaktor ergibt sich als aufgebaut aus gewissen kinetischen Koeffizienten und den partiellen Molenthalpien der Komponenten. Macht man im Fall realer Gase die zunächst willkürliche Annahme, daß die kinetischen Koeffizienten druckunabhängig sind, so läßt sich bei bekannter Zustandsgleichung des Gemisches die Druckabhängigkeit der Thermodiffusion angeben. Der Vergleich mit den Versuchen von Becker und Schulzeff, Naturwiss. **35**, 219 (1948), welche bis zu 80 atm gemessen haben, ergibt, daß die obige Annahme tatsächlich in einigen Fällen zutreffend ist. *Ludwig Waldmann.*

Dätwyler, G.: Beiträge zur Hitzdrahtmethode. Z. angew. Math. Phys., Basel **1**, 298—316 (1950).

Die Untersuchung betrifft die Berechnung des Betriebszustandes eines Hitzdrahtes aus den gegebenen Betriebsbedingungen unter Berücksichtigung des Einflusses des Drahtmaterials und des Durchmessers. Dabei werden die Wärmeverluste durch Ableitung an den Enden und die Strahlungsverluste vernachlässigt. Nach Berechnung des Heizstromes und des Spannungsabfalls pro Längeneinheit erfolgt mit Hilfe der Kingschen Gleichung die Bestimmung der Hitzdrahtempfindlichkeit mit Hilfe einer einfachen und allgemein gültigen Näherungsmethode. Die abgeleiteten Formeln müssen aus der Arbeit selbst entnommen werden.
Werner Schmeidler.

Elektrodynamik:

Ashour, A. A.: The induction of electric currents in a uniform circular disk. Quart. J. Mech. appl. Math. **3**, 119—128 (1950).

Verf. betrachtet ein äußeres veränderliches Feld und eine homogene runde leitende Scheibe. Die Aufgabe der Berechnung der in der Scheibe induzierten Ströme wird auf die Berechnung elementarer Ringströme in der Scheibe mit Hilfe einer Fredholmschen Integralgleichung zurückgeführt. Die Formeln für die Scheibe werden auf eine beliebige Rotationsfläche erweitert. Für die Lösung der Integralgleichung wird zunächst ein Näherungsverfahren angegeben, das auf fortgesetzten Substitutionen beruht. Dieses Verfahren wird an einem Beispiel numerisch erläutert. Als zweite Lösung betrachtet Verf. die Fredholmsche Lösungsformel für die genannte Integralgleichung und erläutert diese ebenfalls an einem numerischen Beispiel. Zum Schluß geht Verf. auf die „freien" Ströme in der Scheibe ein, welche entstehen können, wenn kein äußeres Feld vorhanden ist. *Max J. O. Strutt.*

Pratelli, Aldo M.: Sul campo elettromagnetico „ortogonale" nello spazio-tempo. Nota II. Atti Accad. naz. Lincei, Rend., Cl. Sci. fis. mat. natur., VIII. S. **9**, 331—336 (1950).

In dieser zweiten Arbeit wird das Integral des elektromagnetischen Bivektors $F_{\lambda\varkappa}$ über eine V_2 in der Raumzeitwelt betrachtet. Dieses Integral ist bekanntlich stets Null, wenn die V_2 geschlossen ist. Ist $F_{\lambda\varkappa}$ einfach, so stellt sich heraus, daß

das Integral stets Null ist, wenn die V_2 in einer „equipotentialen" V_3 enthalten ist. Eine solche V_2 heißt nach E. T. Whittaker [Proc. R. Soc. Edinburgh **42**, 1—23 (1921—22)] „elektropotential" und ihre tangierende R_2 ist überall wenigstens halbsenkrecht zur R_2 von $F_{\lambda\varkappa}$. Ähnliche Betrachtungen lassen sich aufstellen für den „magnetoelektrischen" Bivektor ${}^*F_{\lambda\varkappa} = i_{\nu\mu\lambda\varkappa} F^{\nu\mu}$ für den Fall, daß der Stromvierervektor verschwindet, und es treten dabei die „magnetopotentialen" V_2 von Whittaker auf. *Jan Arnoldus Schouten.*

Smith, P. D. P.: Artificial field equations for a region where μ aud ε vary with position. J. appl. Phys., Lancaster Pa. **21**, 1140—1149 (1950).

Für ruhende Medien mit variablem μ und ε werden die Feldgleichungen in der vierdimensionalen Schreibweise zugrunde gelegt, die Verf. in einer vorangehenden Arbeit (dies. Zbl. **34**, 123) mitgeteilt hat. Im Falle verschwindender Leitfähigkeit sind diese Gleichungen bei Vertauschung von μ mit ε in den elektrischen und magnetischen Feldgrößen symmetrisch. Jeder Lösung ist daher in bestimmter Weise eine andere Lösung zugeordnet, entsprechend den Wellen vom E- bzw. H-Typus in der Theorie der Hohlleiter. Verf. behandelt ausführlich solche Felder, für die nur eine Komponente des Viererpotentialvektors von Null verschieden ist. Für die Anwendungen interessiert besonders der Fall der Zylinderkoordinaten. Es werden solche Verteilungen von ε und μ untersucht, die auf eine separierbare Wellengleichung führen, und Ausdrücke für die Feldgrößen, Fortpflanzungskonstanten, Grenzfrequenzen und Wellenwiderstände abgeleitet. *Willi Rinow.*

Watson, W. H.: Discontinuity in electromagnetism. Proc. Symposia appl. Math., Nr. **2**, (Massachusetts Institute of Technology July 29—31, 1948. Electromagnetic theory.) 49—57 (1950).

Wiesner, R.: Energetische Wechselwirkung zwischen dynamischer Elektronenströmung und dynamischem Feld verschiedener Geschwindigkeit. Österreich. Ingenieur-Arch. **4**, 303—325 (1950).

Zadeh, Lotfi A.: The determination of the impulsive response of variable networks. J. appl. Phys., Lancaster Pa. **21**, 642—645 (1950).

Es handelt sich um elektrische Systeme, deren Ein- und Austrittsdaten $u(t)$ und $v(t)$ durch Differentialgleichungen der Form

$$[a_n(t)\,(d/dt)^n + \cdots + a_1(t)\,d/dt + a_0(t)]\,u(t) = [b_m(t)\,(d/dt)^m + \cdots + b_1(t)\,d/dt + b_0(t)]\,v(t)$$

gegeben sind, wozu noch gewisse Anfangsbedingungen treten. Bei gegebener rechter Seite wird die Funktion $u(t)$ mit Hilfe der Greenschen Funktion des linksstehenden Differentialausdrucks dargestellt. Durch Störungsrechnung, ausgehend von der Lösung für konstante Koeffizienten, werden die Greensche und weitere Hilfsfunktionen näherungsweise ermittelt, wie an einem Beispiel gezeigt wird.
Werner Schmeidler.

Zadeh, Lotfi A.: Circuit analysis of linear varying-parameter networks. J. appl. Phys., Lancaster Pa. **21**, 1171—1177 (1950).

In Ausdehnung früherer Arbeiten [Proc. Inst. Radio Engineers **38**, 291, 1339, 1342 (1950)] werden lineare Netzwerke mit zeitabhängigen Koeffizienten behandelt. Unter Benutzung der Fourier- bzw. Laplace-Transformation wird das Problem in einer Operatorenform dargestellt. Dabei werden in Ausdehnung bekannter Begriffsbildungen bei konstanten Koeffizienten die Begriffe Impedanz, Admittanz und Dualität eingeführt und in ihrer Bedeutung aufgezeigt. *Werner Schmeidler.*

Lunc, A. G.: Synthese und Analyse von Relais-Kontakt-Schemata mittels der charakteristischen Funktionen. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. S. **75**, 201—204 (1950) [Russisch].

In Fortsetzung seiner Untersuchungen über die Anwendung der Booleschen Matrizenalgebra auf elektrische Netze (dies. Zbl. **40**, 274) teilt Verf. einige Ergebnisse über die Umwandlung von n-poligen Netzen mit. Jedem n-Pol wird durch

$f_A(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{\alpha,\beta=1}^{n} a_{\alpha\beta}\, x_\alpha\, \bar{x}_\beta$ eine „charakteristische" Funktion mit der Matrix $A = (a_{\alpha\beta})$ zugeordnet. Zwei n-Pole A und B sind genau dann „äquivalent", wenn $f_A(x_1, \ldots, x_n) \equiv f_B(x_1, \ldots, x_n)$, und die Ungleichheit $\chi(A) \leqq \chi(B)$ ist gleichbedeutend mit $f_A(x_1, \ldots, x_n) \leqq f_B(x_1, \ldots, x_n)$. Die Umwandlung eines n-Pols A in einen äquivalenten n-Pol B kommt auf die Bestimmung eines n-Pols B hinaus, dessen charakteristische Funktion $f_B(x_1, \ldots, x_n) \equiv f_A(x_1, \ldots, x_n)$ ist. — Ein n-Pol A kann in einen $(n-1)$-Pol B umgewandelt werden; dies geschieht durch Elimination der Veränderlichen x_n gemäß $f_B(x_1, \ldots, x_{n-1}) \equiv f_A(x_1, \ldots, x_{n-1}, 0) \cdot f_A(x_1, \ldots, x_{n-1}, 1)$. Dieser Prozeß läßt sich auch unmittelbar an der Matrix A ausführen. Durch schrittweises Vorgehen gelingt es, mehr als eine Veränderliche zu eliminieren. Der umgekehrte Prozeß, Umwandlung eines $(n-1)$-Pols in einen n-Pol, wird durch Einführung einer neuen Veränderlichen verwirklicht; er ist jedoch nicht wie der ursprüngliche eindeutig. — Als Anwendungsbeispiele der Methode werden die Umwandlung eines „Sterns" in ein „Dreieck" und der umgekehrte Prozeß vorgeführt, ferner die Umwandlung eines Zweipols in eine Wheatstonesche Brücke.

W. Quade.

Foster, Ronald M.: The average impedance of an electrical network. Reissner Annivers. Vol., Contr. appl. Mech., Ann Arbor, Mich., 333—340 (1949).

In einem elektrischen Netzwerk sei r_i der im i-ten Zweig liegende Scheinwiderstand; J_i sei der zwischen den Endpunkten des i-ten Zweiges gemessene Scheinwiderstand des gesamten Netzwerks; S_i sei der Scheinwiderstand, den man beim Auftrennen des i-ten Zweiges zwischen den beiden Enden der Trennstelle mißt. E sei die Anzahl der Zweige, V die der Knotenpunkte und P die der nichtzusammenhängenden Teile des Netzwerks. Dann gilt (1) $\sum_{i=1}^{E} \frac{J_i}{r_i} = V - P$ und dual dazu (2) $\sum_{i=1}^{E} \frac{r_i}{S_i} = E - V + P$. (1) und (2) sind äquivalent, da offenbar $\frac{J_i}{r_i} + \frac{r_i}{S_i} = 1$ ist. Der Beweis von (2) stützt sich auf eine altbekannte Regel von Kirchhoff zur kombinatorischen Berechnung der Scheinwiderstände von Zweipolnetzwerken; in der mitgeteilten Form gilt er für endliche Netzwerke. Interessant ist der Spezialfall, daß alle r_i einander gleich sind und das Netzwerk in bezug auf seine Zweige symmetrisch ist; Verf. gibt dazu Beispiele. Die gemeinsamen Werte aller r_i, J_i, S_i mögen dabei mit r, J, S bezeichnet werden. Die obigen Sätze gestatten dann eine einfache Berechnung von J und S. Für unendliche Netzwerke behauptet Verf. im entsprechenden Falle: Ist ein unendliches Netzwerk symmetrisch in bezug auf seine Zweige und verbindet jeder Zweig einen Knotenpunkt, in dem genau b_1 Zweige zusammenstoßen, mit einem Knotenpunkt, in dem genau b_2 Zweige zusammenstoßen, so ist (3) $J/r = 1 - r/S = 1/b_1 + 1/b_2$. Ref. ist der Ansicht, daß der Grenzübergang, mit dem Verf. die Formel (3) begründet, i. allg. unzureichend ist und daß bereits die Größen J und S in unendlichen Netzwerken einer sorgfältigen, Existenz und Eindeutigkeit sicherstellenden Definition bedürfen; in einigen Fällen kann es sonst vorkommen, daß bei naheliegender, aber ungeeigneter Bestimmung der Größen J und S die vom Verf. behauptete Formel (3) falsch wird.

Alfred Stöhr.

Optik:

● **Sears, Francis, W.: Optics.** 3rd. ed. (Principles of Physics Series.) Cambridge, Mass.: Addison-Wesley Press, Inc. 1949. 369 p., illustrated, $ 6.00.

Das Buch enthält die — etwas erweiterte — Wiedergabe der Vorlesung des Verf., die dieser im Rahmen eines Zwei-Jahreskursus über allgemeine Physik an dem Massachusetts Institute of Technology über das Gebiet der Optik gehalten hat.

Es ist leicht lesbar und leicht verständlich geschrieben und enthält eine große Zahl sehr guter Abbildungen. Der Inhalt des Buches entspricht etwa dem, was der Nichtspezialist über die Fragen der Optik wissen sollte, und was etwa in einer Vorlesung: „Mathematische Ergänzungen zur Experimentalphysik" über das Gebiet der Optik zu behandeln ist. Es ist ergänzt durch eine große Zahl von Übungsaufgaben (mit Ergebnissen im Anhang). Die äußere Aufmachung und Ausstattung des Buches ist sehr gut. Umfang: 385 Seiten Din A 5. Kapitelüberschriften: Natur und Ausbreitung des Lichtes; Spiegelung und Brechung an ebenen Flächen; Spiegelung und Brechung an Kugelflächen; Linsen; Linsen-Aberration; Optische Instrumente; Polarisation; Interferenz; Beugung; Grenzen des Auflösungsvermögens; Linienspektren; Thermische Strahlung; Photometrie; Farben.

Johannes Picht.

● **Valasek, J.: Introduction to theoretical and experimental optics.** New York: John Wiley & Sons 1949. 454 p. $ 6,50.

Tedone, Giuseppe: Sul primo problema della cinematica delle superficie. Atti Accad. naz. Lincei, Rend., Cl. Sci. fis. mat. natur., VIII. S. **9**, 183—187 (1950).

Ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes als Funktion $A(x, \alpha)$ des Ortes x und der Richtung α gegeben, so erfordert die Bestimmung der Eikonalflächen die Lösung eines kanonischen Differentialgleichungssystems. Hier wird gezeigt, daß dieses System durch gewisse sehr allgemeine Transformationen immer in das zu einer andern Funktion A gehörige Differentialgleichungssystem übergeht. Die Lösungen des einen Systems gehen dann durch diese Transformation in die Lösungen des andern Problems über. Insbesonders können so die Lösungen anisotroper Probleme, bei denen also A wirklich von den α abhängt, aus den Lösungen isotroper Probleme gewonnen werden. *Gustav Lochs.*

Svešnikov, A. G.: Die Ausstrahlungsbedingung. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. S. **73**, 917—920 (1950) [Russisch].

Um aus den beiden Lösungen der inhomogenen Wellengleichung im unbegrenzten Gebiet die physikalisch brauchbare auszusondern, kann man an Stelle der Sommerfeldschen Ausstrahlungsbedingung nach W. v. Ignatowski [Ann. Physik **18**, 495 (1905)] dem Medium eine schwache Absorption zuschreiben und diese im Endresultat gegen null gehen lassen. Verf. nennt dies das „Prinzip des Absorptions-Limes". Statt dessen kann man auch die zeitabhängige Wellengleichung mit verschwindender Anfangsamplitude integrieren und die sich nach unendlich langer Zeit einstellende Lösung heranziehen [nach Tichonow und Samarskij, Žurn. eksper. teor. Fiz. **18**, 2, 243 (1948)]; dies nennt Verf. „Prinzip des Amplituden-Limes". In § 1 wird gezeigt, daß man im Gebiet zwischen zwei parallelen völlig reflektierenden Ebenen mittels des „Amplituden-Limes" die stationäre Lösung erhält, in § 2 wird für dasselbe Beispiel mittels des Amplituden-Limes die Eindeutigkeit der Lösung bewiesen. In § 3 schließlich wird gezeigt, daß für die Beugung an einem endlichen Körper vorgegebener Materialkonstanten das Prinzip des Absorptions-Limes zu demselben Resultat führt wie die Ausstrahlungsbedingung. Sämtliche Beweise werden nicht im einzelnen durchgeführt, sondern ihr Gang in den wesentlichen Punkten referiert. Sie beruhen durchweg auf der Diskussion der Lösungen der inhomogenen Wellengleichung in Form der bekannten Integraldarstellungen. *Walter Franz.*

Panyč, O. I.: Über angenäherte Randbedingungen bei Beugungsproblemen. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. S. **70**, 589—592 (1950) [Russisch].

Für die Lösung von Beugungsaufgaben war von Leontovitč eine Näherungsmethode vorgeschlagen worden, die unter Berücksichtigung der Randbedingung die Möglichkeit gibt, das elektromagnetische Feld außerhalb des beugenden Körpers zu finden, und die gleichzeitig die äußere Leitfähigkeit des Schirmes näherungsweise berücksichtigt. Zum Vergleich der nach dieser Methode erhaltenen Lösung mit der

exakten Lösung wurde vom Verf. eine asymptotische Entwicklung der exakten Lösung nach dem Parameter $1/k_i$ durchgeführt, worin k_i die Wellenzahl im Metall bedeutet. Es wurde gezeigt, daß die einzelnen Summen dieser Entwicklung als Lösungen der Randaufgabe nur für den äußeren Raum mit bestimmten Randbedingungen gefunden werden können, die vom Verf. als Leontovitčsche Bedingungen 1., 2., 3. und höherer Ordnung bezeichnet werden und die näher angegeben werden können. Die Methode wird am Beispiel der skalaren Wellengleichung sowie in Anwendung auf die Gleichungen der Elektrodynamik näher durchgeführt.

Johannes Picht.

● **Cosslett, V. E. (edited by, for the Institute of Physics): Bibliography of electron microscopy.** London: Edward Arnold and Co. 1950. 350 p. 40 s. net.

Rüdenberg, Reinhold: The electron gun as illuminator for electron microscopy. Reissner Annivers. Vol., Contr. appl. Mech., Ann. Arbor, Mich., 341—363 (1949).

Elementare Diskussion der parabelförmigen Elektronenbahnen in homogenen elektrischen Feldern, durch welche der Elektronenstrahler schematisiert wird.

Walter Glaser.

Relativitätstheorie:

● **McCrea, W. H.: Relativity physics.** (Methuan's Monographs on Physical Subjets.) New York: John Wiley and Sons 1949. 87 p. $ 1,25.

In einem kleinen Bändchen hat Verf. alles zur speziellen Relativitätstheorie zusammengetragen, von den Grundgedanken über die Lorentztransformationen zu den Anwendungen auf allen Gebieten der Physik. Die Darstellung ist in mathematischer Beziehung betont elementar gehalten und der Verzicht auf die elegante Methode der Tensorrechnung rückt die physikalischen Zusammenhänge ganz ausgezeichnet in den Vordergrund, welche bei den sonst üblichen Invarianzbetrachtungen oft teilweise verlorengehen. Nach allgemeinen Ableitungen in den ersten Kapiteln folgen einzeln die Anwendungen der speziellen Relativitätstheorie auf Mechanik, Optik, Elektrizität, Atomphysik und Thermodynamik in weiteren Kapiteln.

Wilhelm Macke.

● **Rainich, G. Y.: Mathematics of relativity.** New York: John Wiley & Sons, Inc., 1950, 173 p. $ 3,50.

In 5 Kapiteln (Alte Physik, vierdimensionale Geometrie, spezielle Relativitätstheorie, gekrümmter Raum und allgemeine Relativitätstheorie) führt Verf. den Leser in das Gedankengut der allgemeinen Relativitätstheorie ein auf einem Wege, der im Detail erheblich vom üblichen Schema abweicht. Das erste Kapitel enthält in einer Gegenüberstellung die Mechanik des Massenpunkts und des Kontinuums, während der Feldgedanke am Beispiel der $1/r^2$-Kraft erläutert wird. Mit den Maxwellschen Gleichungen wird die vierdimensionale Schreibweise — zunächst als Abkürzung — eingeführt. Im weiteren folgt eine Erörterung des vierdimensionalen Raums, der sich eine Darstellung der speziellen Relativitätstheorie anschließt. Der Riemannsche Raum liefert weiter die Grundlage zur allgemeinen Relativitätstheorie, welche im letzten Kapitel behandelt wird. — Im ganzen gesehen ist die Darstellung bestechend durch ihre Einfachheit, mit der überall dem Leser nicht mehr Mathematik zugemutet wird, als für den jeweiligen Zweck gerade erforderlich ist. Der Physiker wird in vielen formalen Untersuchungen etwas an „Farbe" vermissen. Der grundsätzliche Verzicht auf die Verwendung von Variationsprinzipien hat den Vorteil einfacherer Rechnung gegenüber einem Nachteil an Übersichtlichkeit. Dem Anfänger aber wird das Buch eine gute Stütze auf dem Wege zur Feldphysik sein können.

Wilhelm Macke.

● **Jellinek, K.: Weltsystem, Weltäther und die Relativitätstheorie.** Basel: Verlag Wepf & Co. 1949, 40 Fig., 4 Tab., 450 S.; 45,— S.Fr.

Verf. hat dieses Buch „für sich und die Masse der Experimentalwissenschaftler" geschrieben, da er „den lebhaften Wunsch empfand, die Relativitätstheorie zu verstehen, jedoch kein ge-

eignetes Werk finden konnte" (Vorwort). Zum Zweck der Veranschaulichung will Verf. „die Resultate der Relativitätstheorie in die anschauliche Sprache von Weltbezugssystem und Weltäther übersetzen". Das Resultat dieser Bemühung ist eine vollständige und verständliche Darstellung des Inhalts und der Folgerungen der speziellen und allgemeinen Relativitätstheorie (besonders ausführlich behandelt sind Theorie der Gravitation und Kosmologien). Dabei erweist sich die konsequente Betrachtung der Erscheinungen von einem bestimmten „Weltbezugssystem" aus, sowie die Einführung des in diesem ruhenden Äthers als pädagogisch recht nützlich. Leider hat es aber Verf. für richtig gehalten, seinem ausgezeichneten Bezugssystem (in welchem die gesamte Materie des Kosmos im Mittel ruht) uber das pädagogische Interesse hinaus eine prinzipielle Bedeutung beizulegen, und damit die Grundidee der Relativitätstheorie nachträglich zu negieren. Die Folge ist, daß immer wieder nach einer guten und richtigen Darstellung der Grundlagen und Folgerungen der Theorie durch „anschauliche" Betrachtungen Fehler entstehen, welche dem Vorhergehenden widersprechen. Nachdem z. B. bei Betrachtung des Uhrenparadoxons abgeleitet ist, daß während der Bremsperiode der bewegte Beobachter ein um so stärkeres Vorgehen der ruhenden Uhr feststellt, je weiter er entfernt ist (wegen des Einflusses des Gravitationspotentials), wird anschließend „anschaulich" festgestellt, daß nur die Beschleunigung einen Einfluß haben könnte und daher die Einsteinschen Überlegungen zu diesem Punkt unrichtig seien (S. 228). — Einer Reihe gegenstandsloser Scheinprobleme, welche mit dem Weltbezugssystem zusammenhängen, wird breiter Raum gegeben: obwohl Verf. zeigt, daß die Naturgesetze in diesem System genau so lauten wie in jedem anderen, nennt er die Feststellungen in diesem System „wahr", alle anderen „scheinbar", die dort beobachteten Trägheitskräfte „wirklich", die in anderen Systemen „fiktiv", und diskutiert derlei Unterscheidungen, welche durch die Relativitätstheorie gegenstandslos geworden sind, immer wieder. Diese wenigen Beispiele genügen, um darzutun, daß das vorliegende Werk als Einführung für Studenten nicht geeignet ist. Doch bietet es sehr viele wertvolle Anregungen für einen Leser, welcher mit den Grundlagen der Theorie bereits sicher vertraut ist. Dem eigentlich angesprochenen Experimentalwissenschaftler kann es als Einführung nur dann dienen, wenn er beabsichtigt, sich mit dem Inhalt und den Folgerungen der Relativitätstheorie vertraut zu machen, ohne auf das Verständnis der Grundideen Wert zu legen. *Walter Franz.*

McVittie, G. C.: Two-colour indices and general relativity. Monthly Not. roy. astron. Soc., London **110**, 590—594 (1950).

Orus Navarro, Juan J. de: Über ein Problem der Himmelsmechanik. Rev. mat. Hisp.-Amer., IV. S. **9**, 13—15 (1949) [Spanisch].

Aus den klassischen Formeln für die säkularen Störungen der Perihellänge eines Planeten, der einer störenden Zentralkraft von der Form $\alpha\, m\, r^{-n}$ $(n = 3, 4, \ldots)$ unterworfen ist, wird die aus der Einsteinschen Relativitätstheorie folgende Perihelverschiebung abgeleitet, die einer störenden Kraft proportional r^{-4} entsprechen würde. *Karl Stumpff.*

Podolanski, J.: Unified field theory in six dimensions. Proc. R. Soc., London A **201**, 234—260 (1950).

Eine Feldtheorie im 6-dimensionalen Riemannschen Raum wird vorgeschlagen und untersucht, in der jeder Punkt unserer vierdimensionalen Welt durch eine zweidimensionale Fläche repräsentiert wird. Die kräftefreien Bewegungen dieser Fläche beschreiben die Wirkungen von Trägheit, Gravitation, Elektromagnetismus und einem weiteren Feld, das dem Verfasser geeignet erscheint, die Divergenzschwierigkeiten der bisherigen Theorien zu beseitigen. Die Vorteile gegenüber der 5-dimensionalen Theorie von Kaluza-Klein werden diskutiert. *Wilhelm Macke.*

Varcollier, Henri: Fondements de l'explication électromagnétique de la gravitation universelle. Arch. Sci., Genève **2**, 483—512 (1949).

L'A. revient sur son essai d'explication de la gravitation (ce Zbl. **39**, 424) dans le cadre d'une théorie de la propagation ellipsoïdale. Son travail est divisé en quatre parties: 1. attraction gravifique statique résultante de l'interaction de deux champs électrostatiques, 2. attraction gravifique entre deux atomes en mouvement et principe de l'égalité de l'action et de la réaction, 3. essai de liaison du magnétisme du proton et de l'ellipticité de son champ électrostatique (précession), observations sur le magnétisme, 4. note sur le proton et le méson. *André Lichnerowicz.*