Werk

Titel: Klassische theoretische Physik

Ort: Berlin

Jahr: 1951

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?245319514_0038|log19

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

Kern von $\tau_m(Y) \to \tau_m(Z)$, beidemal bei dem durch die identische Abbildung erzeugten Homomorphismus. Dann ist für $m \leq r$ $\tau_m^+(Y)$ der kleinste Normalteiler von $\tau_m(Y)$, der $\tau_m^-(Y)$ enthält. — Der Hurewiczsche Homomorphismus der Htgr. in die Homologiegruppen liefert auch für die absoluten und relativen Torushtgr. nur die sphärischen Zyklenklassen. Verf. gibt eine Verallgemeinerung der Torushtgr. an, für die der Hurewiczsche Homomorphismus Homologiegruppen liefert, die durch Torusbilder repräsentiert werden. *Pannwitz* (Berlin).

Klassische theoretische Physik.

Hulthén, Erik and Erik Rudberg: Reports from the conference of the Swedish National Committee for Physics in 1949. Ark. Fys., Stockholm **2**, Nr. 22, 211—232 (1950).

● **Supek, I.: Theoretische Physik und Struktur der Materie.** Zagreb: Nakladni Zavod Hrvatske 1949. 688 p. [Kroatisch].

Krylov, N. M.: Über einige Richtungen im Gebiet der angenäherten Lösung von Problemen der mathematischen Physik. Akad. Nauk SSSR, Jubil. Sbornik **1**, 231—241 (1947) [Russisch].

Kahan, Théo et Gottfried Eckart: Exposé d'ensemble des développements asymptotiques en physique ondulatoire. Rev. sci., Paris **87**, 3—24 (1949).

Zusammenfassende Darstellung der Theorie der asymptotischen Entwicklungen für Anwendungen auf physikalische Probleme. Verff. behandeln das Rechnen mit asymptotischen Reihen und gehen besonders auf die Gewinnung asymptotischer Entwicklungen aus Integraldarstellungen nach der Sattelpunktsmethode und nach der Methode der stationären Phasen ein. Literaturverzeichnis. [Vgl. auch C. Eckart, Rev. modern Phys. **20**, 399—417 (1948).] *Höhler* (Berlin).

Mechanik:

● **Lindsay, Robert Bruce: Physical mechanics; an intermediate text for students of the physical sciences.** 2. ed. New York: Van Nostrand Co., Inc.; London: Macmillan and Co., Ltd. 1950. X, 452 p. 37 s. 6 d.

● **Scott, M.: Mechanics, statics and dynamics.** London: McGraw-Hill Book Company 1949. XI, 394 p. 38 s. 6d.

● **Mises, R. von and T. von Kármán: Advances in applied mechanics.** New York: Academic Press 1948. VIII, 293 p. $ 6,80.

● **Federhofer, K.: Prüfungs- und Übungsaufgaben aus der Mechanik des Punktes und des starren Körpers. Teil 1: Statistik.** Wien: Springer-Verlag 1950. V, 130 S. mit 243 Textabb. DM 9,60.

Kašanin, R.: Les équations générales du mouvement d'un système de points matériels aux liaisons données. Publ. Inst. math., Acad. Serb. Sci. A **2**, 116—129 u. serbische Zusammenfassg. 130 (1948).

Es werden die Bewegungsgleichungen sowohl holonomer als auch nicht-holonomer dynamischer Systeme von endlichem Freiheitsgrade auf elementare Weise hergeleitet. Von den Differentialprinzipien wird auf das d'Alembertsche und das Gaußsche näher eingegangen. *H. Bilharz* (Freiburg i. Br.).

Nadile, Antonio: Sull'esistenza per i sistemi anolonomi soggetti a vincoli reonomi di un integrale analogo a quello dell'energia. Boll. Un. mat. Ital., III. S. **5**, 297—301 (1950).

So wie Mattioli bei holonomen Systemen nach Einführung der Zeit als $(n+1)$-ter Koordinate auch eine $(n+1)$-te Lagrangesche Gleichung angefügt und mit ihr eine $(n+1)$-te Kraftkomponente definiert hat (bei rheonomen Systemen), so verfährt Verf. hier mit nichtholonomen Systemen. Die zusätzliche Kraft kann aus-

gerechnet werden, und man kann durch Summieren eine Gleichung aufstellen, die als Verallgemeinerung der Energiegleichung bezeichnet werden kann. Unter einigen bestimmten Annahmen läßt sich daraus eine Integral gewinnen, so wie es Painlevé bei holonomen Systemen aufstellen konnte. · *Hamel* (Landshut).

Pírko, Zdeněk: Sur les mouvements centraux du type Jacobi. Časopis Mat. Fys., Praha **74**, Nr. 4, 328—331 und französ. Zusammenfassg. 331 (1950) [Tschechisch].

Dans le cas où l'accélération centrale peut être mise sous la forme $a = f(\varphi)\, u^2$, les orbites du point mobile jouissent de plusieurs propriétés, dont quelques-unes sont déduites dans cette communication. (Autoreferat.)

Janković, Zlatko: Cycloid as a tautochrone and brachistochrone. Periodicum math.-phys. astron., Zagreb, II. S. **2**, 49—70 und engl. Zusammenfassg. 71—72 (1947) [Kroatisch].

Grioli, Giuseppe: Una proprietà caratteristica delle precessioni regolari del solido pesante asimmetrico. Rend. Sem. mat. Univ. Padova **19**, 237—248 (1950).

Im Anschluß an vorhergehende Arbeiten (insb. dies. Zbl. **32**, 84), betrachtet Verf. neuerdings die besondere Form des Ausdrucks für das Moment der Bewegungsgröße eines unsymmetrischen starren Körpers S mit einem festen Punkt, bei dem reguläre Präzessionen um Achsen vorhanden sind, die durch den Antipol der Zentralellipse der Schwerpunktsebenen hindurchgehen. *Th. Pöschl* (Karlsruhe).

Liebetegger, A., F. H. Northover and B. Thwaites: The problem of the swing. Math. Gaz., London **34**, 84—93 (1950).

Three short papers each by one of the authors. In the first one the swing is considered as a body free to rotate about a horizontal axis through its center of gravity, the axis being suspended by means of light rods from a parallel fixed axis. In the second paper the swing is idealized as a simple pendulum whose length is quickly shortened at the lowest point and restored at the end of the swing. In the third paper the swing is considered as a pendulum of variable length, l, such that $\dot{\theta}^2 dl/d\theta$ is a known function of the amplitude θ. The differential equation of the motion can then be integrated. Two special cases are considered. *Peixoto.*

Griseri, Bruna: Soluzioni meromorfe delle equazioni del moto di un solido pesante intorno a un punto fisso col baricentro situato sull'asse di una delle sezioni circolari dell'ellissoide d'inerzia relativo al punto fisso. Univ. Politec. Torino, Rend. Sem. mat. **9**, 225—243 (1950).

Si caratterizzano alcune funzioni meromorfe della variabili complessa t (coincidente col tempo per valori reali) con un unico polo nell'origine, soddisfacenti le equazioni del moto di un corpo rigido con punto fisso O e con baricentro appartenente all'asse di una delle sezioni circolari per l'ellissoide d'inerzia relativo a O. *Graffi* (Bologna).

Zeuli, Tino: Sul moto di un corpo rigido pesante asimmetrico col baricentro appartenente all' asse di una delle sezioni circolari dell'ellissoide d'inerzia. Univ. Politec. Torino, Rend. Sem. mat. **9**, 263—295 (1950).

L'A. considera il moto di un corpo rigido con punto fisso O e col baricentro G su uno degli assi delle sezioni circolari dell'ellissoide di inerzia relativo ad O. Posto un sistema di assi cartesiani $O\,x\,y\,z$, $O\,z$ coincidente con OG, $O\,y$ con l'asse medio del predetto ellissoide, e ammesso che le componenti lungo gli assi della velocità angolare e della verticale siano sviluppabili in serie di potenze del rapporto fra il prodotto di inerzia, relativo ai piani $x\,z$ e $y\,z$, e il momento di inerzia, relativo a z, l'A. dimostra che i coefficienti di quella serie possono ottenersi mediante quadrature. *Graffi.*

● **Seidl, Kurt: Regeltechnik.** Wien: Franz Deuticke 1950. VI, 69 S. mit 37 Abb. u. 8 Tabellen, DM 6.—.

Verf. versucht, die Grundsätze der Regeltechnik zu zeigen unter Vermeidung jeder mathematischen Formulierung. Er will das Wesen des physikalischen Vorgangs beschreiben, nicht um Formeln zu diskutieren, sondern um mit Vorrichtungen,

z. B. Oszillographen, „den immer wiederkehrenden Grundsätzen auf die Spur kommen zu können". In 5 Abschnitten werden die Grundlagen der Regeltechnik, die Regelanordnungen, die Grundlagen zur Theorie, die Bausteine der Regeltechnik und einige Zusammenhänge auf mathematischer Grundlage beschrieben. *W. O. Schumann.*

Kulebakin, V. S.: Über das Verhalten von stetig gestörten, automatisierten linearen Systemen. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. S. **68**, 855—858 (1949) [Russisch].

Verf betrachtet ein lineares System mit n Freiheitsgraden

$$\sum a_{ij}(D)x_j = \begin{cases} f(t), & i = 1, \\ 0, & i > 1, \end{cases} \qquad i, j = 1, 2, \ldots, n \tag{1}$$

mit dem Operator $D = d/dt$ und Koeffizienten a_{ij}, die Polynome zweiten Grades in bezug auf den Operator D sind. Das System (1) wird mit Hilfe elementarer Operationen in ein ihm gleichwertiges System transformiert

$$\sum b_{ij}(D)x_j = c_i(D)\, f(t), \tag{2}$$

wo die Beiwerte b_{ij} und c_i wieder Polynome, höchstens vom Grade $\mu(n)$, sind. x_1 ist die regelbare Hauptgröße, welche die gesuchte Funktion der unabhängigen Veränderlichen t(Zeit) darstellt, während $x_i (i > 1)$ die Koordinaten des Systems bedeuten. — Verf. betrachtet gewisse stetige Näherungen $c\, f(t) = A(t) + \Theta\, \varepsilon$, wo $\Theta < 1$ und ε klein, ersetzt das System (2) durch eine Näherung $b_{11}\, \xi_1 = A(t)$ und untersucht mögliche Fehler bei verschiedenen Annahmen über die Funktion $A(t)$. Verf. bemerkt ferner, daß, wenn $A(t)$ ein Polynom ist, ξ_1 die homogene Gleichung $f(D)\xi_1 = 0$ befriedigt, was für die weitere Untersuchung besonders vorteilhaft erscheint. *Gran Olsson* (Trondheim).

Bothwell, Frank E.: Transients in multiply periodic non-linear systems. Quart. appl. Math. **8**, 247—254 (1950).

The paper deals with the transient behavoir of the general dynamical system of n degress of freedom, subject to certain restrictions. The system must be (1) nearly linear, (2) nearly conservative, (3) nearly autonomous, the deviation from the case of complete linearity, conservativeness and autonomy being indicated by the magnitude of a parameter μ. The explicit dependence of the non-autonomous terms on time is further assumed to be of the form of sinusoids with prescribed frequencies. The general system is transformed to normal coordinates and thence to elliptical coordinates, the resulting form being convenient for the development of the solution for small values of the parameter μ. An auxiliary set of differential equations is so constructed that its singular points determine the limit cycles of the original system for the limiting case $\mu \to 0$. The stability of each limit cycle in the original system is the same as the stability of the corresponding singular point in the auxiliary system. The coordinates of the auxiliary set are the amplitudes of the n fundamental frequency components of the original system, so that the motion of the representative point in the phase space of the auxiliary system describes approximately the transient behavior of the amplitudes of the fundamental frequency components of the original system for small values of the parameter μ. The general case of internal and external resonances, in which two or more fundamental frequency components are commensurate is also treated. The method is applied to a problem of practical interest. *Gran Olsson* (Trondheim).

Vogel, Théodore: Sur certains mouvements périodiques à déferlements. C. r. Acad. Sci., Paris **231**, 207—209 (1950).

Siano x, y le coordinate generali di un sistema fisico variabili nel tempo t tali che

$$\frac{dx}{X(x, y)} = \frac{dy}{Y(x, y)} = \frac{dt}{T(x, y)}. \tag{1}$$

Interpretando x, y quali cooordinate cartesiane ortogonali, sia (2) $R(x, y) = r$ la soluzione generale dell'equazione $Y\, dx - X\, dy = 0$. Il punto $P(x, y)$ varia lungo una curva (R) fino ad un istante t' nel quale perviene ad un punto appartenente

alla curva (T): $T(x, y) = 0$. Il prolungamento del moto può essere determinato solo aggiungendo una condizione di continuità, fornita dalla Fisica, del tipo (3) $S(x, y, t' + 0) = S(x, y, t' - 0) = s$. L'A., considerando i punti comuni a (T) e alle (R), rivolge l'attenzione a certi moti oscillatori periodici, detti „à déferlements", che nel piano (r, s) corrispondono ai punti doppi della trasformata di (T) operata per il tramite di (2) e (3) e fa un'applicazione al multivibratore di Abraham e Bloch. *G. Lampariello* (Messina).

Haacke, Wolfhart: Untersuchungen über die Stabilisierung eines Doppelpendels mit periodisch erschüttertem Aufhängepunkt. Z. angew. Math. Mech. **30**, 233—234 (1950).

In diesem Vortragsbericht wird die Untersuchung von Erdélyi [Z. angew. Math. Mech. **14**, 235 (1934)] über das Zustandekommen der zusätzlichen Gleichgewichtslagen eines in seinem Aufhängepunkt vertikal periodisch erschütterten physikalischen Pendels auf das Doppelpendel erweitert. Zuerst gewinnt man mit Hilfe der Störungsrechnung einen ersten Einblick in die Verhältnisse; dabei ergibt sich, daß der Winkel zwischen beiden Pendelarmen nur vom Quotienten der reduzierten Pendellängen abhängt. Im Falle der Gleichheit der beiden reduzierten Pendellängen gibt Verf. die Eigenwertgleichung zwischen dem Schwingungswinkel um Mittellage und der Erschütterungsfrequenz. Zum Schluß wird angedeutet, wie man die Existenz der kleinen Schwingungen um die Mittellage beweisen kann. *Dizioğlu* (Istanbul).

Castro Brzezicki, A. de: Über die kleinen Schwingungen eines schweren Punktes um den tiefsten Punkt einer Fläche. Gac. mat., Madrid, I. Ser. **2**, 107—114 (1950) [Spanisch].

Some problems concerning small oscillations of a particle about the lowest point of a surface are discussed by the standard methods. *M. M. Peixoto.*

Castro Brzezicki, Antonio de: Über die kleinen Schwingungen dissipativer Systeme. Rev. mat. Hisp.-Amer., IV. S. **10**, 47—50 (1950) [Spanisch].

The author considers a particular case of the well known equations of the small oscillations of a dissipative system with two degrees of freedom. *M. M. Peixoto.*

Letov, A. M.: Regulierung des stationären Zustandes eines Systems, das der Wirkung konstanter störender Kräfte unterworfen ist. Priklad. Mat. Mech., Moskva **12**, 149—156 (1948) [Russisch].

Lombardi, Jose P.: Bewegung und dynamische Stabilität eines Flugzeugs. I, II. Univ. nac. La Plata, Publ. Fac. Ci. fisicomat., Rev. **4**, 1—25 (1947), 179—199 (1948) [Spanisch].

Expository paper. *M. M. Peixoto* (Chicago).

Sänger, Raymund: Einfluß von böenartigem Wind auf die Geschoßbahn. Helvetica phys. Acta **23**, 143—158 (1950).

Verf. wendet die in seinem Buch „Ballistische Störungstheorie", Basel 1949, entwickelten Methoden auf den Fall eines horizontalen, periodisch veränderlichen Windes an; z. B. wird in der x-Komponente der konstante Wind w_0 durch die Überlagerungswellen $A \cos\left[\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{u}\right) + \delta\right]$ gestört. Es zeigt sich, daß der relative Einfluß der Windwellen auf die Seitenstreuung wesentlich größer ist als auf die Längsstreuung. *W. Haack* (Berlin).

Elastizität. Plastizität:

● **Sommerfeld, A.: Lectures on theoretical physics. Vol. 2. Mechanics of deformable bodies. Translated by G. Kuerti.** New York: Academic Press 1950. 11, 396 p. $ 6,60.

● **Föppl, L. und E. Mönch: Praktische Spannungsoptik.** Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer-Verlag 1950. VII, 162 S. u. 135 Abb., Ganzleinen DM 21,—.

This book is well titled. It deals in a very clear and understandable fashion with the practise of Photoelasticity. Enough space is devoted to optical theory and to fundamental elasticity for even the non-expert reader to grasp the principles of the art and to be able to translate its results into engineering data. The first fifty pages are devoted to the basic experimental and theoretical aspects of two-dimensional photoelasticity: plane stress, apparatus, important model materials, their characteristics, advantages and disadvantages, isoclines and isochromatics, and methods of finding the state of stress. The second fifty pages deal with three-dimensional photoelasticity (preparation of models, freezing process, determination of stresses), similarity, and with special techniques (oblique incidence, the shear-difference method, for example). The remaining fifty odd pages contain discussions of various practical problems that have been solved by the authors, including the instantaneous determination of stresses caused by impact. *M. P. White* (Amherst/Mass.).

Jung, H.: Über eine Anwendung der Fouriertransformation in der Elastizitätstheorie. Ingenieur-Arch. **18**, 263—271 (1950).

In der Arbeit wird gezeigt, wie durch Anwendung der Fourierschen Transformation die Airysche Spannungsfunktion sich unmittelbar aus den Randbedingungen berechnen läßt, mit deren Hilfe die klassischen Lösungen für die Halbscheibe und den unendlichen langen Streifen mit Normalbelastung auf sehr einfachem Wege abgeleitet werden. Auf dieselbe Weise läßt sich die Lösung für den unendlich langen Streifen mit tangentialer Belastung angeben. Am Beispiel des durch eine Einzelkraft im Innern belasteten Streifens wird angegeben, wie aus den vorhergehenden Belastungsfällen auf einfachem Wege Lösungen weiterer wichtiger Probleme gefunden werden können. — Für die Airysche Spannungsfunktion, die Spannungen und Verschiebungen erhält man Ausdrücke in der Form Fourierscher Integrale. Bei den einzelnen Belastungsfällen ist jeweils darauf zu achten, daß die auftretenden Integrale gleichförmig in bezug auf die beiden unabhängig Veränderlichen konvergieren, um die angegebene Entwicklung der Lösungen zu sichern. Der Vorzug der Fourierschen gegenüber der Laplacetransformation besteht darin, daß durch jene eine eindeutige Rückwärtstransformation gewährleistet wird. *Gran Olsson.*

Devide, Vladimir: On the derivation of Hooke's law from the principle of superposition and from some general suppositions. Periodicum math.-phys. astron., Zagreb, II. S. **3**, 23—27 und engl. Zusammenfassg. 27—28 (1948) [Kroatisch].

Mindlin, Raymond D. and David H. Cheng: Nuclei of strain in the semi-infinite solid. J. appl. Phys., Lancaster Pa. **21**, 926—930 (1950).

Aus der elastischen Lösung für eine Einzelkraft im Halbraum werden durch Überlagerungs- und Differentiationsprozesse eine ganze Reihe praktisch wichtiger Singularitäten hergeleitet und zusammengestellt. Für alle Singularitäten verschwinden die Oberflächenkräfte an der den Halbraum begrenzenden Ebene. Die Arbeit enthält nur die Zusammenstellung der mathematischen Ausdrücke für die „Galerkin"-Vektoren, aus welchen die Verschiebungen durch einen Differentiationsprozeß hergeleitet werden können. Eine Tabelle für die Verschiebungen und Spannungen ist in Vorbereitung. *Leibfried* (Göttingen).

Mindlin, Raymond D. and David H. Cheng: Thermoelastic stress in the semi-infinite solid. J. appl. Phys., Lancaster Pa. **21**, 931—933 (1950).

Auf Grund der vorstehend referierten Arbeit kann die Lösung eines thermoelastischen Problems für den Halbraum gegeben werden. Untersucht und diskutiert wird der Einschluß einer Kugel mit verschiedener thermischer Ausdehnung. Durch ein Spiegelungsverfahren kann man die Lösung auf die des unendlichen Raumes zurückführen. *Leibfried* (Göttingen).

Danilovskaja, V. I.: Temperaturspannungen in einem elastischen Halbraum, die infolge einer plötzlichen Erwärmung seiner Begrenzung entstehen. Priklad. Mat. Mech., Moskva **14**, 316—318 (1950) [Russisch].

The author treats the unsteady problem of temperature stresses in an elastic body (semi-infinite) considering the effect of inertia forces. The temperature is assumed given as function of distance from the boundary and time. *M. P. White.*

Hampl, Miloslav: The stresses in a spherical shell in the neighbourhood of support. Časopis Mat. Fys., Praha **74**, Nr. 4, 312—315 und engl. Zusammenfassg. 315 (1950) [Tschechisch].

In this paper the Geckeler's solution, which holds for the point-support is extended to the case of supports of finite area. For a support in the shape of a circular sector, the normal and bending stresses at the centre of the circle are presented in tables and diagrams, as functions of a single dimensionless variable. For supports of other shape than sectorial, we can derive the stresses at certain points by dividing the area of support approximately into circular sectors. (Autoreferat.)

Belluzzi, Odone: Lo studio delle strutture costituite da lastre curve. Mem. Accad. Sci. Ist. Bologna, Cl. Sci. fis., X. S. **5**, 3—9 (1949).

Verf. zeigt, daß die in vorgehenden Noten (dieselb. Memorie, Bologna 1945; Cemento armato 1945, n. 4—10; Atti 13° Congr. Mecc. appl., Schenectady, NY. 1947) für die Einflußzahlen (Coefficienti elastici) einer Kugelschale erhaltenen Ausdrücke auch auf gekrümmte Schalenstücke von anderen Formen (paraboloidische, konische u. a.) übertragen werden können, wenn nur die entsprechenden Krümmungshalbmesser der Meridiane und Parallelkreise eingeführt werden. Dabei werden mit Vorteil die in der Membrantheorie geltenden Vorstellungen in geeigneter Weise erweitert und auf die biegesteifen Schalen übertragen. Die in der Arbeit kurz angedeutete Methode kann zur Berechnung von Schalen und Behältern von beliebiger Form dienen. *Th. Pöschl* (Karlsruhe).

Cicala, Placido: Sul carico critico di una piastra compressa oltre il limite elastico. Atti Accad. naz. Lincei, Rend., Cl. Sci. fis. mat. natur., VIII. S. **9**, 67—71 (1950).

Verf. hat in einer vorhergehenden Note [Atti Accad. naz. Lincei, Rend., Cl. Sci. fis. mat. natur., VIII, S. **8**, 583—586 (1950)] Beziehungen abgeleitet, die erlauben, den Deformationszuwachs zu berechnen, der hervorgerufen wird von kleinen Variationen im Spannungszustand in der unmittelbaren Umgebung der Auflagebedingungen. Er stützte sich dabei auf die Theorie von Batdorf und Budiansky und setzte die Spannung als einachsig und so stark voraus, daß die Proportionalitätsgrenze überschritten wird. Ausgehend von den dort gefundenen Ergebnissen werden nun hier die Gleichgewichtszustände untersucht, die ein Blechstreifen außerhalb seiner Anfangsebene annehmen kann, wenn ein Rand als frei und die übrigen Ränder als aufliegend vorausgesetzt werden und wenn er einem Druck in Richtung seiner Längsausdehnung unterworfen wird. Die gefundenen Formeln werden gedeutet und mit der Erfahrung verglichen. *Hardtwig* (München).

Negoro, Shosaburo and Tsuyoshi Sekiya: On a method of solving the so-called elastic plane stress problems. J. Osaka Inst. Sci. Technology **1**, 37—60 (1949).

The authors treat the problem of a uniform plate of arbitrary shape and with any number of holes, also of arbitrary shapes. Forces in the plane of the plate act on the various boundaries. The forces on any particular boundary contour are not necessarily in equilibrium. The Airy stress function is then a multi-valued biharmonic function; this is separated into a known multi-valued biharmonic function and an unknown single-valued biharmonic function for each contour which can be found by numerical methods. The authors believe this method to be somewhat unsatisfactory because of the considerable amount of computation involved and because of the errors introduced by doubly differentiating the Airy stress function in order to get the stresses. *M. P. White* (Amherst, Mass.).

Ling, Chih-Bing: On the stresses in a notched plate under tension. J. Math. Phys., Massachusetts **26**, 284—289 (1948).

Das Problem der Halbebene mit Kreisbogenkerbe oder Kreisbogenwulst wird mit Hilfe einer Spannungsfunktion in Bipolarkoordinaten erneut aufgegriffen und in einer gegenüber den bekannten Lösungen modifizierten Form behandelt.

E. Weinel (Jena).

Prokopov, V. V.: Die Verbiegung einer Platte bei axialsymmetrischer Belastung. Priklad. Mat. Mech., Moskva **14**, 527—536 (1950) [Russisch].

The author discusses the stresses and displacements of thick circular plates with circularly symmetric loading normal to one or both parallel faces and with no radial displacement at the cylindrical boundary. *M. P. White* (Amherst, Mass.).

Ufljand, Ja. S.: Über die Lösung des Problems der Verbiegung von rechteckigen und sektorförmigen Platten für gewisse Randbedingungen. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. S. **74**, 437—439 (1950) [Russisch].

Author considers a rectangular plate of which one side is fixed and the opposite side simply supported, while the other two sides can be supported in any way. A solution is assumed in the form

$$u(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} U_n(y) \cos \alpha_n x \quad (\alpha_n = (n + \tfrac{1}{2})\,\pi/a)$$

which satisfies automatically the boundary conditions $u = \partial^2 u/\partial x^2 = 0$ at $x = a$ (the simply supported side) and $\partial u/\partial x = 0$ at $x = 0$ (the fixed side). The condition $u = 0$ at $x = 0$ requires the addition of a force $f(y)$ along the latter boundary. Solution of the plate equation and satisfying the boundary conditions on the remaining two sides leads to an integral equation for finding $f(y)$. The au. points out how a similar procedure can be followed for a sector-shaped plate whose two straight sides are simply supported and fixed, respectively, while the curved boundary can have any form of support. *M. P. White* (Amherst/Mass.).

Sapondžjan, O. M.: Anwendung der Methode der zusätzlichen Einwirkungen auf die Lösung des Problems der Ausbiegung von Platten, des ebenen Problems und des Problems der Torsion prismatischer Stäbe. Priklad. Mat. Mech., Moskva **13**, 501—512 (1949) [Russisch].

Unter der Methode der zusätzlichen „Einwirkungen" zur Lösung ebener Randwertprobleme der Elastizitätstheorie versteht Verf. folgendes: Zunächst ist die Lösung des Randwertproblems für einen Ersatzbereich aufzustellen, der eine Erweiterung des gegebenen Bereiches darstellt und der längs gewisser Linien, die ganz oder zum Teil zur Abgrenzung des gegebenen Bereiches gehören, zusätzliche, geeignet gewählte Belastungen trägt. Die Lösung für den Ersatzbereich muß den Sprung der inneren Kräfte oder der Verschiebungen längs der Trennlinien wiedergeben. Durch geeignete Wahl der Parameter der Sprunggrößen müssen schließlich die Randbedingungen längs der Ränder, die den gegebenen Bereich vom Ersatzbereich abtrennen, erfüllt werden. Auf diese Weise werden zwei Plattenprobleme (allseitig gestützte Halbkreisplatte und eine rechteckige Platte, deren zwei anliegende Seiten gestützt und die beiden anderen eingespannt sind), ein Scheibenproblem (Halbkreisscheibe) und ein Torsionsproblem (Torsion eines prismatischen Stabes rechteckigen Querschnittes mit einem Schlitz längs der Hälfte einer der beiden Symmetrieachsen) behandelt. *Kromm* (Berlin).

Abramjan, B. L.: Torsion prismatischer Stäbe mit kreuzförmigem Querschnitt. Priklad. Mat. Mech., Moskva **13**, 551—556 (1949) [Russisch].

Es wird die Torsion eines prismatischen Stabes untersucht, dessen kreuzförmiger Querschnitt sich aus einem Quadrat und vier gleichen Rechtecken so zusammensetzt, daß das Quadrat den „Kern" des Querschnittes bildet. Aus Symmetriegründen brauchen die Spannungen nur in einem Quadranten des Quadrates und in der anschließenden Hälfte des Rechteckes berechnet zu werden. Die Spannungs-

funktion des Torsionsproblems wird in zwei Funktionen Ψ und Φ zerlegt, von denen Ψ im ganzen oben angegebenen Teilbereich und Φ nur in dem Quadranten des Quadrates existieren soll. Außerdem soll Ψ der Poissonschen Differentialgleichung des Torsionsproblems und Φ der homogenen Potentialgleichung genügen. Die Lösungen dieser Gleichungen werden in Form von Reihen angesetzt. Aus den Rand- und Symmetriebedingungen werden für die Freiwerte dieser Reihenansätze Gleichungssysteme gewonnen, die sich auf ein einziges unendliches und reguläres Gleichungssystem zurückführen lassen. Daraus werden die Freiwerte und schließlich mit Hilfe der Reihenansätze die Torsionssteifigkeiten berechnet. Der Vergleich mit den Ergebnissen aus der empirischen Formel von C. Weber [VDI-Forschungsh. **249** (1921)] für dünnwandige Profile gibt die Abgrenzung des Bereiches, in dem diese Formel ausreichend genau ist. *Kromm* (Berlin).

Abramjan, B. L.: Torsion und Verbiegung prismatischer Stäbe mit hohlem, rechtwinkligem Querschnitt. Priklad. Mat. Mech., Moskva **14,** 265—276 (1950) [Russisch].

These solutions employ the method of supplementary functions used by Arutjunjan (this Zbl. **37**, 107) by which the partial differential equations encountered are transformed to second order linear differential equations with constant coefficients. The constants of integration are found by solving systems of regular linear algebraic equations of infinite number of terms. The au. discusses the limits of application of the semi-empirical equations of Bredt for the torsional strengths of thin-walled hollow sections. *M. P. White* (Amherst/Mass.).

Polya, George and Alexander Weinstein: On the torsional rigidity of multiply connected cross-sections. Ann. Math., Princeton, II. S. **52,** 154—163 (1950).

Die Torsionssteifigkeit von Stäben mit mehrfach zusammenhängendem Querschnitt wird allgemein mit Hilfe der Torsionsspannungsfunktion hinsichtlich ihrer Optimaleigenschaften untersucht. Durch Einschaltung der Schwarzschen Ungleichung führt Verf. den allgemeinen Beweis, daß unter allen Querschnittsformen von beliebigem Zusammenhang und gleichem Flächeninhalt der konzentrische Kreisringquerschnitt die größte Torsionssteifigkeit besitzt. *H. Neuber* (Dresden).

Read, W. T.: Effect of stress-free edges in plane shear of a flat body. J. appl. Mech., New York **17,** 349—352 (1950).

Ōkubo, H.: Torsion of a circular shaft with a number of longitudinal notches. J. appl. Mech., New York **17,** 359—362 (1950).

Gutman, S. G.: Allgemeine Lösung des ebenen Gleichgewichtsproblems für einen Balken, der von logarithmischen Spiralen begrenzt wird. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. S. **60,** 559—562 (1948) [Russisch].

Author considers curved beams of varying depth and curvature whose upper and lower surfaces are logarithmic spirals. Using the Airy stress function, the au. finds a solution for (a) a constant bending moment, (b) a concentrated lateral force. *M. P. White* (Amherst, Mass.).

Swida, W.: Berechnung eines statisch unbestimmt gestützten und senkrecht zu seiner Ebene beliebig belasteten geschlossenen Kreisringes. Ingenieur-Arch. **18,** 242—249 (1950).

This solution applies not only to closed circular rings but also to circular segments and to circularly curved beams loaded normally to the plane of curvature. The cross-section is assumed to be rectangular or circular and either solid or hollow. The supports are such that at a support the only motion permitted the ring is a rotation about the radius to the center of curvature of the ring (not about the tangent to the curve). A relation corresponding to the ordinary three-moment equation is derived in which the unknowns are the bending moments (not twisting moments) at three adjacent supports and the remaining terms and factors depend on the loads, the spacing of supports, the ring radius and the ratio of bending and torsional stiffnesses. *M. P. White* (Amherst, Mass.).

Avram, Const. N.: La généralisation de la méthode Cross. Bull. Sci. Techn. Inst. polytechn. Timişoara **14**, 54—90, russische Zusammenfassg. 110 und französ. Zusammenfassg. 112 (1949) [Rumänisch].

L'A. étudie la généralisation de la méthode Cross, pour la faire applicable aux structures hyperstatiques, dont les barres sont à moment d'inertie variable. On donne la théorie complète des deux degrés de calcul (structures à noeuds fixes et déplaçables), en développant, pour le deuxième degré, autant la méthode des efforts tranchants, ainsi que la méthode du travail mécanique virtuel, les structures pouvant être ou non pourvues des tirants. Une série d'applications numériques complète l'étude. (Autoreferat.)

Hodge jr., P. G.: Approximate solutions of problems of plane plastic flow. J. appl. Mech., New York **17**, 257—264 (1950).

Es wird eine Näherungsmethode angegeben, um Verzerrungen und Geschwindigkeiten für ideal plastische Materie zu ermitteln. Behandelt wird der ebene Fall. Diskutiert werden: Das Eindringen eines Keils und Verhalt zwischen zwei ebenen rauhen Platten. *Leibfried* (Göttingen).

Mežlumjan, R. A.: Verbiegung und Torsion dünnwandiger zylindrischer Schalen jenseits der Elastizitätsgrenze. Priklad. Mat. Mech., Moskva **14**, 253—264 (1950) [Russisch].

The author considers thin-walled beams and cylindrical shells of open profile having small elastic-plastic strains. The basis of this analysis ist the work of V. Z. Vlassov on thin-walled sections and the theory of small elastic-plastic deformations of A. A. Ilyushin (Il'jusin, Plasticity, Moskva—Leningrad 1948). *M. P. White.*

Mežlumjan, R. A.: Die Randbedingungen bei Verbiegung und Torsion dünnwandiger Schalen jenseits der Elastizitätsgrenze. Priklad. Mat. Mech., Moskva **14**, 537—542 (1950) [Russisch].

The author treats the boundary conditions that must exist in thin-walled beams and cylindrical shells in the realm of small elastic-plastic deformations. The basis of the treatment is the general variation principle of plasticity theory combined with the relations previously obtained by the au. (See preced. review.)

M. P. White (Amherst, Mass.).

Lepik, Ju. R.: Zwei Bemerkungen zur Theorie der Stabilität von Platten jenseits der Elastizitätsgrenze mit Berücksichtigung der Kompressibilität des Materials. Priklad. Mat. Mech., Moskva **14**, 553—557 (1950) [Russisch].

Author treats buckling of rectangular plate to cylindrical shape under the requirement of no strain in the transverse direction. Problem was first treated by Iljušin for an incompressible material. This solution was extended by Tolokonnikof for materials in which Poisson's ratio is less than $\frac{1}{2}$ but with the assumption that the plastic deformation is small compared to the elastic. The au. shows this last requirement to be unnecessary. *M. P. White* (Amherst/Mass.).

Markov, A. N.: Dynamische Stabilität anisotroper zylindrischer Schalen. Priklad. Mat. Mech., Moskva **13**, 145—150 (1949) [Russisch].

In der Arbeit wird die dynamische Stabilität von kreiszylindrischen orthotropen Schalen bei Belastung durch pulsierende Längs- oder Oberflächenkräfte behandelt. Dabei wird von den Schalenschwingungsgleichungen für die Verschiebungen u, v, w in Richtung der Erzeugenden, des Umfanges und des Radius ausgegangen, die sich bei Vernachlässigung kleiner Größen auf eine einzige Differentialgleichung achter Ordnung für w zurückführen lassen. Die Funktion für die Ausbiegung w wird wie üblich in Form einer doppelten Summe angenommen, die sich aus Produkten der trigonometrischen Funktionen der Ortskoordinaten mit einer Zeitfunktion zusammensetzt, wobei die Ortsfunktionen so gewählt werden, daß sie den Randbedingungen genügen. Durch Einführen dieses Ansatzes in die Differentialgleichung für w erhält man für die Zeitfunktion einer jeden Schwingungsform eine Mathieusche Differentialgleichung, in deren Koeffizienten die Eigenfrequenzen und die statischen kritischen Lasten eingehen. Aus den bekannten labilen Lösungsgebieten der Mathieuschen

Differentialgleichung werden die ersten drei Resonanzbereiche für die pulsierende Last ermittelt. *Kromm* (Berlin).

Grigorjan, D. M.: Senkrechter Stoß gegen eine unbegrenzte dünne Membran. Priklad. Mat. Mech., Moskva **13**, 277—284 (1949) [Russisch].

Verf. stellt sich zur Aufgabe, die Ausbreitung der Wellen in einer unendlich ausgedehnten sehr dünnen Platte (Membran) zu berechnen, die durch einen senkrechten Stoß mit konstanter Geschwindigkeit gegen einen Punkt der Platte hervorgerufen werden. Dabei glaubt er die Ringspannungen in der Platte wegen der Annahme einer sehr kleinen Plattendicke vernachlässigen zu dürfen. Da diese Annahme nur zur Vernachlässigung der Biegespannungen berechtigt (Membranspannungszustand), können die Ausgangsgleichungen und die Rechenergebnisse des Verf. den Verhältnissen in einer Membranplatte nicht entsprechen. *Kromm.*

Eschler, H.: Zur Ermittlung der Eigenschwingungszahlen der in ihrer Mittelebene belasteten Rechteckplatte. Ingenieur-Arch. **18**, 330—337 (1950).

Die Biegungsschwingungen einer durch gleichmäßig verteilte Randkräfte belasteten Rechteckplatten wurden für den Fall einer allseitig freien Stützung von A. Nadái untersucht [Die elastischen Platten, Berlin 1925, S. 262]. Verf. bringt strenge Lösungen für zwei verschiedene Bedingungen der Auflagerung, nämlich erstens für die auf zwei gegenüberliegenden Seiten eingespannte bzw. frei aufliegende Platte und zweitens für die auf zwei gegenüberliegenden Seiten ganz freie bzw. frei aufliegende Platte. Im letzteren Fall werden Druckkräfte nur längs der gelagerten Seiten angenommen. Im ersten Fall werden die Ergebnisse mit Werten verglichen, die sich mit Hilfe der Näherungslösung von K. Sezawa [Z. angew. Math. Mech. **12**, 275 (1932); dies. Zbl. **5**, 319] ergeben. Die Übereinstimmung zwischen genau und angenähert ermittelten Werten erweist sich als außerordentlich gut, indem die relativen Abweichungen nur wenige Tausendstel betragen. Im zweiten Fall sind die Abweichungen zwischen genauen und angenäherten Werten ebenfalls klein, können aber im Falle hoher Druckkräfte beim Seitenverhältnis $a/b = 3$ bis zu 3,5% betragen. Bei der ringsum eingespannten Platte werden die angenähert ermittelten Eigenwerte mit den exakten von S. Iguchi gefundenen Werten verglichen (Eigenwertprobleme für die elastische rechteckige Platte, Sapporo 1938, S. 331—343). Die Abweichungen belaufen sich auf höchstens 0,5%. Wie Verf. bemerkt, erfordert die Ermittlung der Eigenfrequenzen der in ihrer Ebene belasteten, schwingenden Rechteckplatte schon bei verhältnismäßig einfachen Lagerungsbedingungen einen ziemlich großen Aufwand an Rechenarbeit. In viel höherem Maße gilt dies bei mathematisch schwierigeren Randbedingungen, wie z. B. bei der ringsum vollkommen eingespannten Platte. Ein Verfahren zur leichten näherungsweisen Berechnung der Eigenfrequenzen für beliebige Randbedingungen zu entwickeln, ist daher von großer praktischer Bedeutung. (Druckfehler: Im Kopf der sechsten Spalte der Tabelle 5, S. 336 fehlt im Nenner b^2). *Gran Olsson.*

● **Harrison, V. G. W. (edited and arranged by): Some recent developments in rheology. — Based on the 1949 Bristol Conference of the British Rheologists' Club.** London: United Trade Press, Ltd., 1950. VII, 140 p. 20 s.

Sokolovskij, V. V.: Eindimensionale instationäre Bewegungen eines zähplastischen Mittels. Priklad. Mat. Mech., Moskva **13**, 623—632 (1949) [Russisch].

The author considers a medium which is rigid for stresses less than the flow stress and in which the rate of straining is proportional to the stress excess for stresses above this limit. Two cases are treated: (1) A semi-infinite region on whose plane boundary there is prescribed (a) a shearing stress which is a function only of time (not position), or (b) a tangential velocity which is a function only of time. Stresses and velocities are propagated into the medium as functions of time and distance from boundary. (2) An infinite region surrounding an infinitely long cavity of circular section, on the wall of which is prescribed (a) a circumferential shearing

stress as function only of time, or (b) a tangential velocity as function only of time. In both cases the resulting equations and boundary conditions are identical with those encountered in heat flow. Solutions are obtained by numerical computation based on difference equations that correspond to the differential equations derived. *M. P. White* (Amherst, Mass.).

Tsien, S. H.: A generalization of Alfrey's theorem for visco-elastic media. Quart. appl. Math. **8**, 104—106 (1950).

T. Alfrey [Quart. appl. Math. **2**, 113—119 (1944)] showed for non-homogeneous stresses in isotropic incompressible visco-elastic media with linear relations between stress, strain and their time-derivatives, that if the boundary stresses are specified (first boundary value problem) the stress distribution is identical with that in an incompressible material subjected to the same instantaneous forces. He gave a similar result for the case in which the boundary displacements are specified (second boundary value problem). The present note generalizes the first theorem to apply to isotropic compressible media with body forces and points out that the second theorem can be treated in exactly the same way. *M. P. White* (Amherst, Mass.).

Hydrodynamik:

• **Streeter, Victor L.: Fluid dynamics.** (McGraw-Hill Publications in aeronautical Science.) New York: McGraw-Hill Book Company 1948. Illustrated, cloth $ 5.

Gião, Antonio: Sur les équations intégrales de l'hydrodynamique. J. Phys. Radium **11**, 219—226 (1950).

Verf. geht aus von den drei hydrodynamischen Bewegungsgleichungen in der allgemeinsten Form (also u. a. mit variabler Zähigkeit), der Kontinuitätsgleichung, der Gleichung, die das erste Prinzip der Thermodynamik ausdrückt, und den beiden Zustandsgleichungen. Gesucht sind: V_x, V_y, V_z (Geschwindigkeit), P (Druck), α (reziproke Dichte), T (absolute Temperatur) und E_i (innere Energie pro Masseneinheit). Es gelingt nun, diese Größen für $t \geqq t_0$ und für jeden Punkt eines zeitlich veränderlichen Bereiches $D(t)$ durch Integralformeln (Verf. nennt sie „Integralgleichungen") darzustellen, in die nur die Anfangswerte zur Zeit t_0 in $D(t_0)$ und die Werte jener Größen nebst ihren Normalableitungen auf dem Rande $S(t)$ von $D(t)$ für alle $t \geqq t_0$ eingehen. Hierbei bildet die Integralformel für den Tensor $V^m_{,k} \equiv \partial V^m / \partial x_k$ ($k, m = 1, 2, 3$; x_k die kartesischen Koordinaten, V^m die Geschwindigkeitskomponenten) die Grundlage. — Im Hinblick darauf, daß man bei vielen hydrodynamischen Problemen die Randwerte, die ja Resultate von Außenwirkungen sind, nicht kennt, schlägt Verf. vor, diese Außenwirkungen in Gestalt eines hydrodynamischen Hilfsvorganges einzuführen, und zwar so, daß die Differenz zwischen den entsprechenden Größen beim wirklichen und beim Hilfsvorgang nunmehr lediglich von den Anfangsbedingungen abhängt. *Maruhn* (Dresden).

Delval, J.: Le principe de la moindre contrainte appliqué à la dynamique des fluides incompressibles. Acad. Belgique, Bull. Cl. Sci., V. S. **36**, 639—648 (1950).

Versuche, die Gleichungen der Dynamik inkompressibler Flüssigkeiten aus dem Gaußschen Prinzip des kleinsten Zwanges abzuleiten. Ref. hat verschiedene Bedenken. Zunächst folgt aus dem Verschwinden der Divergenz der Geschwindigkeit nicht, wie behauptet wird, das Verschwinden der Divergenz für die Beschleunigung, dann gibt es merkwürdige Zusatzbedingungen wie die, daß am Rande die Beschleunigung gegeben sein soll, während doch das Gaußsche Prinzip die Beschleunigungen sucht, endlich gibt es bei zähen Flüssigkeiten eine ganz unmotivierte Formulierung, die offenbar nur ad hoc getroffen wird. Und doch ließe sich das gestellte Problem glatt lösen, denn das Gaußsche Prinzip ist mit dem Lagrangeschen identisch, und dieses gilt immer. Sogar der oben gerügte Fehler hat seinen berechtigten Hintergrund. *Hamel* (Landshut).

Cârstoiu, Ion: Sur certaines formules intégrales dans le mouvement d'un fluide. C. r. Acad. Sci., Paris **227**, 1337—1339 (1948).

Der Vergleich der Beschleunigungsvektoren zweier nahe benachbarter Flüssigkeitsteilchen zur selben Zeit legt die Betrachtung einer anderen Fläche zweiten Grades

(1) $\bar{\varphi}(X, Y, Z) = \bar{\varepsilon}_1 X^2 + \bar{\varepsilon}_2 Y^2 + \bar{\varepsilon}_3 Z^2 + 2\bar{\gamma}_1 Y Z + 2\bar{\gamma}_2 Z X + 2\bar{\gamma}_3 X Y = \text{const.}$

neben der Deformationsfläche nahe. Die Koeffizienten dieser neuen Fläche wurden bereits von P. Appell durch die Koeffizienten der Deformationsfläche ausgedrückt. Verf. bemerkt zunächst, daß bei wirbelfreien Flüssigkeitsbewegungen beide Flächen dieselben Achsen besitzen. Σ sei eine feste geschlossene Fläche, welche das Gebiet T begrenzt. Die Endpunkte der von den Punkten $M(x, y, z)$ von Σ abgetragenen Beschleunigungsvektoren erfüllen die Fläche Σ'', ferner bedeuten V_Σ und $V_{\Sigma''}$ die von Σ und Σ'' begrenzten Volumina und $V_{H'}$ das Volumen, welches von derjenigen Fläche begrenzt wird, die von den Endpunkten der von einem gemeinsamen Anfangspunkt aus abgetragenen Beschleunigungsvektoren gebildet wird. Mit Hilfe der Invarianten J_1, J_2, J_3 der quadratischen Fläche (1) werden Integralformeln für das Volumen $V_{\Sigma''}$ aufgestellt. Falls z. B. ein Beschleunigungspotential existiert, ergibt sich speziell

$$V_{\Sigma''} = V_\Sigma + V_{H'} + \iiint_T (J_1 - J_2)\, dx\, dy\, dz, \quad V_{H'} = \iiint_T J_3\, dx\, dy\, dz.$$

Garten (Tübingen).

Müller, W.: Über den Impulssatz für einen in der Flüssigkeit bewegten Körper. Ingenieur-Arch. **18**, 338—343 (1950).

Herleitung des Impulssatzes für einen in einer idealen Flüssigkeit bewegten Körper unter Zugrundelegung der absoluten Bewegung der Flüssigkeit, bezogen auf ein mit dem Körper bewegtes System, nebst den hiermit zusammenhängenden Beziehungen für das Moment der Druckkraft und die kinetische Energie. Anwendung auf Rotationskörper und das Ellipsoid. *Maruhn* (Dresden).

Scholz, N.: Beiträge zur Theorie der tragenden Fläche. Ingenieur-Arch. **18**, 84—105 (1950).

Die Strömungsbedingung für die tragende Fläche verlangt, daß die Anströmungsrichtung tangential zur Kontur der Fläche verläuft, und ist für die ganze Flügelfläche zu erfüllen. Während diese Bedingung für den ebenen Fall, d. h. für Flügel unendlicher Spannweite, durch die Birnbaum-Glauertschen Ansätze leicht erfüllbar ist, nimmt die Behandlung des Flügels endlicher Spannweite erheblichen Umfang an, vgl. die Lösungen von K. Wieghardt (Zbl. Mech. **10**, 377) und I. Ginzel (Jbuch. Deutsch. Luftfahrtforschung **1940**, I, 238) für den Rechteckflügel oder von V. M. Falkner [Aeronaut. Res. Commit., Rep. a. Mem., London Nr. 1910 (1943)], welcher die flächenhafte Zirkulationsverteilung in diskrete Einzelwirbel in Tiefenrichtung und Spannweitenrichtung auflöste. Die neue Theorie des Verf. liegt etwa in der Richtung der Theorien von Wieghardt und Ginzel, d. h. sie nimmt stetige Verteilung der Zirkulation über die Spannweite an, teilt die Zirkulation in Richtung der Flügeltiefe aber in mehrere Streifengebiete auf. Abweichend von den genannten Verfassern wird in jedem dieser Streifengebiete jeweils ein Ersatzwirbel in 1/4 der Streifentiefe l angenommen und die oben erwähnte Strömungsbedingung in 3/4 der Streifentiefe, jedoch nicht in allen Punkten, sondern nur in m diskreten Punkten längs Spannweite, erfüllt. Damit läßt sich die Integralgleichung für die Zirkulationsverteilungen $[\Gamma^{(\nu)}(y) = V b \alpha (a_1^{(\nu)} \sin\vartheta + a_3^{(\nu)} \sin 3\vartheta + a_5^{(\nu)} \sin 5\vartheta + \cdots)$, y = Spannweitenrichtung, $\cos\vartheta = 2y/b$, b = Spannweite, α = geometrischer Anstellwinkel, V = Strömungsgeschwindigkeit] der einzelnen Streifen in ein lineares Gleichungssystem von endlich vielen Gleichungen überführen. Die m Koeffizienten der angesetzten Reihen für die Zirkulationsverteilung können bei n Streifenwirbeln aus der Strömungsbedingung in $n \cdot m$ Punkten der Tragfläche erfüllt werden, woraus sich ein System von $n \cdot m$ Gleichungen ergibt. In dieses Gleichungssystem gehen als Koeffizienten die Abwindgrößen an den betreffenden Stellen ein, welche daher für die Berechnung spezieller Fälle bekannt sein müssen. Die Abwindverteilungen für die einzelnen Fourierglieder in Richtung der Flügeltiefe werden daher für vier Stellen der Spannweite vom Verf. in Zahlentafeln — in Diagrammen übrigens auch schon bei I. Ginzel — angegeben. Durch Benutzung dieser Tafeln wird die im Einzelfall zu leistende numerische Arbeit auf ein erträgliches Maß herabgedrückt. — Als Anwendungsbeispiel behandelt Verf. mit 4 Gliedern der Zirkulationsverteilungen die Fläche mit elliptischem Grundriß und die Rechteckfläche und gibt

bei verschiedenen Seitenverhältnissen Zahlentafeln und Diagramme für die Zirkulationsverteilung, die Höhenschichtlinien der Lastverteilung, den Auftriebsanstieg und die Neutralpunktlage. *F. Riegels* (Göttingen).

Fage, E. et M. Vernet-Lozet: Une méthode de calcul des vitesses à la surface d'un profil d'aile, en écoulement plan d'un fluide parfait incompressible. C. r. Acad. Sci., Paris **227**, 1339—1341 (1948).

Die Methode beruht auf der konformen Abbildung des Geschwindigkeitsfeldes um ein beliebiges Profil auf ein solches um einen Kreis. T. Theodorsen [u. J. E. Garrick, Aeronautics, Washington **19**, 177—209 (Report 452) (1933)] berechnete die Geschwindigkeit um das Profil, indem er zuvor die Abbildungsfunktion bestimmte. Verff. zeigen, daß diese meist recht mühsame Bestimmung überflüssig ist, da die komplexe Geschwindigkeit am Profil durch $\frac{dF}{d\zeta} = \frac{dF}{dz} : \frac{d\zeta}{dz}$ [$z = x + iy$ bzw. $\zeta = \xi + i\eta$ die komplexen Variablen in der Ebene des Kreises bzw. des Profiles, $F(z)$ bzw. $F(\zeta)$ die entsprechenden Geschwindigkeitspotentiale] gegeben ist und die Geschwindigkeit auf dem Kreis dF/dz leicht berechnet werden kann, während $\frac{d\zeta}{dz} = \frac{v_c}{v_p} e^{i\vartheta}$ (v_c bzw. v_p Beträge der Geschwindigkeiten auf dem Kreis bzw. Profil, ϑ Winkel dieser Geschwindigkeiten, d. h. zwischen den Tangenten an Kreis und Profil in zwei homologen Punkten) in Abhängigkeit vom Argument φ des auf dem Kreis gelegenen Punktes durch

$$\log \frac{v_c}{v_p} = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \vartheta(\varphi) \operatorname{cotg} \frac{\varphi - \varphi'}{2} d\varphi'$$

gegeben ist. *Garten* (Tübingen).

Vladimirsky, Serge: Mouvement général plan non uniforme d'une plaque infiniment mince. C. r. Acad. Sci., Paris **231**, 30—32 (1950).

Geschwindigkeitspotential und Druckverteilung für eine dünne, unendlich lange Platte endlicher Breite, die einer beliebigen Bewegung unterliegt, werden in erster Näherung aus den Potentialen der Translation, Rotation und der Wirbelschleppe unter der Kármán-Sears-Bedingung verschwindender Zirkulation um Platte und Schleppe explizit berechnet. *Pretsch* (Bonn).

Truckenbrodt, E.: Ergänzungen zu F. Riegels: „Das Umströmungsproblem bei inkompressiblen Potentialströmungen". Ingenieur-Arch. **18**, 324—328 (1950).

Die von Riegels (dies. Zbl. **31**, 187) erhaltenen Ausdrücke für Auftriebskraft und -moment sowie für die Geschwindigkeitsverteilung längs des Profiles werden durch einige Umformungen zur besseren numerischen Berechnung zurechtgemacht; gewisse generelle Konstanten werden tabuliert angegeben. Einige Beispiele. *Maruhn* (Dresden).

Truesdell, C.: A new definition of a fluid. I. The Stokesian fluid. J. Math. pur. appl., Paris, IX. S. **29**, 215—244 (1950).

Der klassische Ansatz für zähe Flüssigkeiten bedürfe bei niedrigem Druck einer Abänderung. Als Stokessche Flüssigkeit definiert Verf. eine solche, bei der der additiv zum Druck hinzutretende Tensor der inneren Spannung eine Funktion des Deformationstensors ist, die noch von Druck, Temperatur, einer Konstanten von der Dimension einer Temperatur, dem mittleren Druck und noch einer Konstanten abhängt, der sogenannten natürlichen Viscositätskonstanten. Für die Abhängigkeit vom Deformationstensor wird eine Potenzreihe angesetzt, die nach Reiner durch drei Glieder ersetzt werden kann, deren Koeffizienten aber noch die Invarianten des Tensors enthalten können. Es kommt nur das Verhältnis des Druckes zum mittleren Druck vor. Von der Dimensionstheorie wird ausgiebig Gebrauch gemacht. In der Duchführung wird besonders die Flüssigkeit nach Reiner und Rivlin behandelt. Das Beispiel der ebenen Parallelströmung. Im Anhang als Vorbereitung

für weitere Untersuchungen eine Übersicht über die allgemeine Theorie kontinuierlicher Medien. *Hamel* (Landshut).

Dean, W. R.: Note on the motion of liquid near a position of separation. Proc. Cambridge phil. Soc. **46**, 293—306 (1950).

Ausgehend von den stationären zweidimensionalen Navier-Stokesschen Bewegungsgleichungen für Flüssigkeiten mit konstanter Dichte und Zähigkeit, also unter Berücksichtigung der zweiten — bei der Grenzschichttheorie im allgemeinen vernachlässigten — Bewegungsdifferentialgleichung untersucht Verf. das Verhalten der Lösung in der Nähe der Wand. Es wird eine Stromfunktion eingeführt und für diese eine Doppelreihe in den Koordinaten x (parallel zur Wand) und y (senkrecht zur Wand) angesetzt:

$$\psi = a_2 y^2 + a_3 y^3 + b_3 y^2 x + a_4 y^4 + b_4 y^3 x + c_4 y^2 x^2 + a_5 y^5 + b_5 y^4 x + c_5 y^3 x^2 + d_5 y^2 x^3 + \cdots.$$

Durch Einsetzen der Doppelreihe in die Differentialgleichung für ψ und unter Beachtung der Randbedingung wird zunächst für den Fall, daß die Schubspannung, d. h. der Koeffizient von y in der Geschwindigkeitsverteilung u, nicht verschwindet, eine von der Grenzschichttheorie her bekannte Beziehung abgeleitet. Es kommt nämlich der Koeffizient a_3 sowohl in der Reihenentwicklung von $p(x)$ bei $y = 0$ als auch in der Entwicklung von u vor. D. h. es besteht eine Beziehung zwischen der Krümmung des Geschwindigkeitsprofils (dem Koeffizienten von y^2 in u) und dem Druckgradienten an der Wand [dem Koeffizienten von x in $p(x)$ bei $y = 0$]. Für den Fall verschwindender Schubspannung, d. h. im Ablösepunkt der Strömung, besteht darüber hinaus eine Beziehung zwischen den Koeffizienten a_5 und c_5 der Entwicklung für ψ. Wenn diese beiden Bedingungen erfüllt sind und der Koeffizient von y^3 in u nicht verschwindet, ist die Bewegung eindeutig. Auf Grund seiner eingehenden Analysis bestätigt der Verf. das schon Blasius bekannte Ergebnis, daß die Stromfunktion in der Nähe des Ablösepunktes die grundsätzliche Form $\psi = A_3 y^3 + B_3 y^2 x$ und die Ablösungsstromlinie die Form einer Geraden $A_3 y + B_3 x = 0$ besitzt (wobei jetzt der Ursprung des Koordinatensystems im Ablösepunkt angenommen ist). Die ganze Rechnung ist natürlich in dimensionslosen Größen durchgeführt und die hier benutzten Formelzeichen für x, y, u, ψ sind entsprechend aufzufassen, also $x = x'/L$; $y = (y'/L)\sqrt{U L/\nu}$ usw. — Durch Übergang auf große Reynoldszahlen wird zum Schluß ein Vergleich mit den Ergebnissen von S. Goldstein (dies. Zbl. **33**, 317), der das Problem von der Grenzschichttheorie her behandelte, gemacht. *Riegels* (Göttingen).

Viguier, G.: Quelques aperçus sur un problème de M. J. Boussinesq. Acad. Belgique, Bull. Cl. Sci., V. S. **36**, 71—76 (1950).

Verf. betrachtet die Bewegung einer zähen inkompressiblen Flüssigkeit in dem Falle, daß das Gradientenfeld der Geschwindigkeiten derart hohe Beträge gewinnt, daß die klassische Linearapproximation unzulässig wird. Statt ihrer gewinnt Verf. eine Riccatische Differentialgleichung zur Charakterisierung des Problems und für diese eine geometrische Lösungsmethode. *M. Pinl* (Dacca).

Toraldo di Francia, Giuliano: Moti uniformi di un liquido viscoso fra due sfere concentriche rotanti. Boll. Un. mat. Ital., III. S. **5**, 273—281 (1950).

Verf. behandelt die stationäre Strömung zwischen zwei konzentrischen Kugeln, von denen die innere um eine feste Achse rotiert. Bei kleiner Drehgeschwindigkeit ergibt sich die bereits von Kirchhoff angegebene Lösung, bei der die Flüssigkeitsteilchen in den einzelnen Schichten sich wie starre Kugelschalen bewegen. Es zeigt sich jedoch, daß das Drehmoment, das infolge der Flüssigkeitsreibung auf die äußere Kugel ausgeübt wird, nicht proportional mit der Drehgeschwindigkeit zunimmt, wie es der Kirchhoffschen Lösung entsprechen würde, sondern schneller anwächst. Dies ist darauf zurückzuführen, daß in den Meridianebenen noch eine Sekundär-

strömung stattfindet. Verf. berechnet diese Sekundärströmung als zweite Näherung der hydrodynamischen Differentialgleichungen dieses Problems, wobei die Kirchhoffsche Lösung als 1. Näherung benutzt wird und nur Glieder 1. Grades in der Reynoldschen Zahl $\mathrm{Re} = \omega R_2^2/\nu$ (ω Drehgeschwindigkeit, R_2 Halbmesser der Außenkugel, ν kinematische Zähigkeit) berücksichtigt werden. Es werden Stromlinienbilder für verschiedene Halbmesserverhältnisse berechnet und aufgezeichnet. Durch Berechnung einer 3. Näherung ergibt sich der Einfluß dieser (meridionalen) Sekundärströmung auf die Hauptströmung (längs der „Breitenkreise") und damit auf das Drehmoment Ein von Zemplén (1909) angegebener Meßwert liegt genau auf der vom Verf. berechneten Kurve für die Abhängigkeit der Korrekturfunktion des Drehmomentes vom Halbmesserverhältnis der Kugeln. *Wuest* (Göttingen).

Yih, Chia-Shun: Temperature distribution in a steady, laminar, preheated air jet. J. appl. Mech., New York **17**, 381—382 (1950).

Die Geschwindigkeitsverteilung in einem laminaren Strahl aus einem langen kreisförmigen Schlitz und einem kleinen kreisrunden Loch ist schon früher von H. Schlichting und W. G. Bickley auf Grund der Grenzschichttheorie angegeben worden. Im Anschluß hieran wird die Temperaturverteilung in solchen Strahlen berechnet, für den Fall, daß die ausströmende Flüssigkeit wärmer ist als die Umgebung. Die Differentialgleichungen lassen sich in geschlossener Form integrieren. Ist die Prandtl-Zahl gleich 1, so hat die Temperaturverteilung die gleiche Form wie die Geschwindigkeitsverteilung. *H. Schlichting* (Braunschweig).

Betz, Albert: Reihendarstellung der Geschwindigkeitsverteilung in laminaren Grenzschichten. Arch. Math., Karlsruhe **2**, 220—222 (1950).

Da die Potenzreihenentwicklung der Geschwindigkeitsverteilung einer laminaren Grenzschicht sehr schlecht konvergiert, schlägt Verf. für praktische Zwecke eine Darstellung der Geschwindigkeitsverteilung in der Form

$$u/U = 1 - \exp(-b_1\eta - b_2\eta^2 - b_3\eta^3 - \cdots), \quad \eta = y/\sqrt{2\nu\Phi}, \quad \Phi = \int_0^x U(x)\,dx$$

vor und zeigt, daß z. B. sämtliche Hartree-Profile (für Geschwindigkeitsverteilungen $U \sim x^m$) schon mit 4 Gliedern dieser Reihe praktisch ausreichend anzunähern sind. Vermehrung der Gliederzahl gibt allerdings, wie Verf. betont, keine wesentliche Verbesserung, da die grundsätzliche Schwierigkeit der Darstellung des äußeren Teiles des laminaren Geschwindigkeitsprofiles durch die Differentialquotienten an der Wand damit nicht behoben ist. *F. Riegels* (Göttingen).

Schlichting, H.: Über die Theorie der Turbulenzentstehung. Zusammenfassender Bericht. Forsch. Gebiete Ingenieurwes. **16**, 65—78 (1950).

Verf. gibt einen Übersichtsbericht über den neueren Stand des Problems der Turbulenzentstehung. Nach einleitenden Betrachtungen über die praktische Bedeutung des laminar-turbulenten Umschlages werden die Grundgleichungen der Stabilitätstheorie aufgestellt und die Methode der kleinen Schwingungen dargelegt, mit deren Hilfe Tollmien die Störungsparameter der neutralen Störung und erstmals eine kritische Reynoldszahl und Schlichting außerdem für einige neutrale Störungen Amplitudenverteilung und Anfachungsgröße der instabilen Störungen berechnete. Ausführlich wird sodann die experimentelle Nachprüfung der Theorie durch Dryden [J. Aeron. Sci. **14**, 221 (1947)], Schubauer und Skramstad [J. Aeron. Sci. **14**, 69 (1947)], die eine glänzende Bestätigung der im Ausland viele Jahre umstrittenen Theorie erbrachte, behandelt und theoretische Ergebnisse zum Umschlagproblem bei einem Körper beliebiger Gestalt, also beliebiger Druckverteilung, zusammenfassend erörtert. Der Schluß des Berichtes befaßt sich mit der Anwendung der Stabilitätstheorie auf Strömungen mit Absaugung, Fliehkrafteinfluß, Dichteschichtung und auf Probleme mit Wärmeübergang. Die Betonung der ganzen Arbeit liegt auf der Herausstellung der neuen Erkenntnisse. Viele Diagramme. *F. Riegels* (Göttingen).

Chandrasekhar, S.: The decay of axisymmetric turbulence. Proc. R. Soc., London, Ser. A **203**, 358—364 (1950).

Die Untersuchungen von Batchelor (dies. Zbl. **36**, 256) haben den vorherrschenden Einfluß der großen Wirbel in der Endperiode der abklingenden Turbulenz gezeigt. Die großen Wirbel sind aber nicht mehr isotrop, und die einfachste Annahme besteht in der Voraussetzung der Achsensymmetrie. Verf. wendet daher die von ihm entwickelte Theorie der achsensymmetrischen Turbulenz (dies. Zbl. **37**, 406) auf dieses Problem an. Wegen des vorherrschenden Einflusses der Zähigkeit werden dabei die Trägheitsglieder in den Bewegungsgleichungen vernachlässigt. Damit vereinfachen sich auch die beiden Differentialgleichungen für die definierenden Skalarfunktionen Q_1 und Q_2 des Geschwindigkeits-Korrelationstensors und nehmen eine der Wärmeleitungsgleichung verwandte Form an, so daß die Lösungen als Reihenentwicklungen nach Besselfunktionen dargestellt werden können. Für große Abklingzeiten ($t \to \infty$) wird die asymptotische Form der Lösung abgeleitet, die mit früheren Ergebnissen von Batchelor übereinstimmt. Ein Sonderfall ergibt sich dann, wenn die Skalarfunktion Q_1 nur von r, t abhängt. In diesem Fall läßt sich Q_2 unabhängig von Q_1 berechnen, während Q_1 der für isotrope Turbulenz geltenden Differentialgleichung gehorcht. Die Turbulenz läßt sich also in diesem Fall durch Überlagerung zweier einander nicht beeinflussender Skalarfelder, eines isotropen und eines achsensymmetrischen, darstellen. *Wuest* (Göttingen).

Lin, C. C.: Remarks on the spectrum of turbulence. Proc. Symposia appl. Math., Nr. **1**, (Brown Univ. 2.—4. 8. 1947. Nonlinear problems in mechanics of continua.) 81—86 (1949).

Diese schon etwas ältere Arbeit befaßt sich mit den Zusammenhängen der neueren Theorien über die isotrope Turbulenz. Taylor stellte eine Beziehung zwischen Korrelationsfunktion und Spektralfunktion durch Fouriertransformierte her. Verf. zeigt, daß die Gleichung von v. Kármán und Howarth (1938) für die Korrelationsfunktion (propagation of double correlationfunction) identisch ist mit einer allgemeinen Gleichung für die zeitliche Änderung des Spektrums. Auf Grund dieser Gleichung werden die verschiedenen Annahmen von Kolmogoroff, Obuchoff, Heisenberg und v. Weizsäcker diskutiert, welche auf das $k^{-5/3}$ Gesetz für das Spektrum bei großen Wellenzahlen k führen. In einfacher Weise wird schließlich aus der erwähnten Gleichung abgeleitet, daß das Spektrum bei kleinen k proportional k^4 und zeitlich unveränderlich ist, was übereinstimmt mit der Aussage von Loitziansky. Den Schluß der Arbeit bildet eine kurze Bemerkung über die Nullstellen der Geschwindigkeitsschwankungen. *F. Riegels* (Göttingen).

Kovasznay, Lesie S. G., Mahinder S. Uberoi and Stanley Corrsin: The transformation between one-and three-dimensional power spectra for an isotropic scalar fluctuation field. Phys. Rev., Lancaster Pa., II. S. **76**, 1263—1264 (1949).

Kármán, Théodore de: Sur la théorie statistique de la turbulence. C. r. Acad. Sci., Paris **226**, 2108—2111 (1948).

Casal, Pierre: Étude des champs de vecteurs aléatoires, appliquée à la cinématique des fluides turbulents. Bull. Soc. math. France **77**, 141—147 (1949).

Verf. macht Ansätze für die nichtisotrope Turbulenz. Da zeitliche Mittelwerte hierfür ungeeignet sind, werden stochastische Mittelbindungen ähnlich wie bei Kolmogoroff für die isotrope Turbulenz benutzt. Verf. führt einen Korrelationstensor der Geschwindigkeitskomponenten und einen Korrelationstensor des Wirbelvektors ein und stellt Beziehungen zwischen beiden auf. Aus diesen werden für die homogene anisotrope Turbulenz Aussagen über die Dissipationsfunktion und die turbulenten Spannungen abgeleitet. *F. Riegels* (Göttingen).

Monin, A. S.: Über die Charakteristiken der anisotropen Turbulenz. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. S. **75**, 621—624 (1950) [Russisch].

Haskind (Chaskind), M. D.: Oscillation of a wing in a subsonic gas flow. Priklad. Mat. Mech., Moskva **11**, 129—145 u. englische Zusammenfassg. 146 (1947) [Russisch].

Riabouchinsky, Dimitri: Sur un paradoxe signalé par M. Garrett Birkhoff. C. r. Acad. Sci., Paris **231**, 1269—1271 (1950).

Die Beziehung zwischen Druck und Dichte wird in der Hydrodynamik der kompressibeln Flüssigkeiten manchmal parabolisch, manchmal hyperbolisch angenommen. Das erstere entspricht dem Gesetz der Adiabate, wenn der Exponent gleich 2 genommen wird, die zweite Annahme gilt allgemein angenähert, wenn die Abweichung von einem Normalzustand klein angenommen wird. So überbrückt sich der scheinbare Gegensatz. *Hamel* (Landshut).

Pack, D. C.: The condition for the detachement of the shock wave from a wedge in a supersonic stream. Proc. Cambridge phil. Soc. **44**, 298—300 (1948).

Whitham, G. B.: The propagation of spherical blast. Proc. R. Soc., London, Ser. A **203**, 571—581 (1950).

Zur Untersuchung der Ausbreitung kugelförmiger Stoßwellen ist die linearisierte (akustische) Theorie nur bei sehr geringer Stoßstärke und in der Umgebung des Zentrums brauchbar, versagt aber in größerer Entfernung vom Ursprung wegen der Divergenz der Charakteristiken. Verf. entwickelt daher eine allgemeinere Theorie der kugelförmigen Welle für größeren Abstand vom Ursprung, die bei geringer Stoßstärke auch in der Umgebung des Ursprungs gültig bleibt. Mit Hilfe dieser Theorie läßt sich zeigen, daß hinter dem Hauptstoß die Charakteristiken eine Enveloppe bilden und ein zweiter Stoß auftreten muß. Zwischen den beiden Stoßfronten fällt der Druck annähernd linear ab (daher die Bezeichnung N-Welle für einen solchen Doppelstoß). *Wuest* (Göttingen).

Dressler, Robert F.: Mathematical solution of the problem of rollwaves in inclined open channels. Commun. pure appl. Math., New York **2**, 149—194 (1949).

Die Erscheinung der Rollwellen längs eines Kanals mit Gefälle wird auf Grund der nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen der „Seichtwassertheorie" geklärt. Stetige Lösungen können hier nicht periodisch sein, und unstetige periodische Lösungen können nur durch periodisches Aneinanderfügen von Abschnitten einer besonderen stetigen Lösung mit Stößen konstruiert werden. Es wird bewiesen, daß Rollwellen nicht auftreten können, wenn der Widerstand verschwindet oder einen kritischen Wert übersteigt. Das Verhältnis von Wellenhöhe zu Wellenlänge ist für die Rollwellen von der Wellengeschwindigkeit abhängig. Für gegebene Werte von Gefälle, Widerstand und Wellengeschwindigkeit erhält man eine einparametrige Schar von Rollwellen und aus ihr für vorgegebene Wellenlänge die eindeutige Lösung. Wenn man die Seichtwassertheorie nach der Störungsmethode von Friedrichs auf höhere Näherungen zu den Grundgleichungen erweitert, wie es Keller (dies. Zbl. **31**, 331) getan hat, kann man Rollwellen auch als stetige Funktionen vom Typ der Jacobischen elliptischen Funktion cn erhalten („cn"-oidale Wellen). *Pretsch.*

Roseau, Maurice: Les mouvements ondulatoires de la mer sur une plage. C. r. Acad. Sci., Paris **231**, 1212—1214 (1950).

Verf. betrachtet die Wellenbewegung einer idealen wirbelfreien Flüssigkeit über einem gegen die freie Meeresoberfläche ($y = 0$) geneigten „Strand" ($y + x \cdot \operatorname{tg} \alpha = 0$) Es werden Bewegungen untersucht, deren Geschwindigkeitspotentiale die Gestalt $e^{i\sigma t}\varphi(x, y)$ bzw. $e^{i(kz+\sigma t)}\varphi(x, y)$ haben, und hierzu die Differentialgleichungen (Laplacesche bzw. Wellengleichung in einer ξ, η-Ebene mit $x + iy = e^{\xi+i\eta}$) nebst den Randbedingungen auf dem „Strand" und der freien Oberfläche aufgestellt. Es gelingt, Greensche Funktionen dieser beiden Probleme anzugeben und mit deren Hilfe die Potentiale durch ihre Werte auf der freien Oberfläche auszudrücken. *Maruhn* (Dresden).

Weitz, Mortimer and Joseph B. Keller: Reflection of water waves from floating ice in water of finite depth. Commun. pure appl. Math., New York **3**, 305—318 (1950).

In der linearen Wasserwellentheorie sind Probleme der Reflexion an schwimmenden Körpern einfach nur zu lösen, wenn man diese durch die Annahme unabhängiger Massenpunkte (Eisstücke) ersetzen kann. Es ändert sich dann lediglich die Randbedingung an der freien Oberfläche. Der Fall, daß eine Hälfte der Wasseroberfläche mit Schwimmstoffen konstanter Oberflächendichte bedeckt und die andere frei ist, wurde für unendliche Wassertiefe und normal zur Trennungslinie einfallende Wellen von Peters (erscheint später in Comm. pure appl. Math.), für Seichtwasser und beliebige Einfallwinkel von Goldstein und Keller (Master's Thesis, New York University) behandelt. Verf. untersucht das Übergangsgebiet beliebiger endlicher Wassertiefe für beliebige Einfallwinkel und benutzt dazu die von Heins (dies. Zbl. **35**, 421) für das halbunendliche Dock bei beliebiger Wassertiefe angewendete Methode, die wegen der vom Wiener-Hopf-Typ abweichenden Integralgleichung des vorliegenden Problems etwas abgeändert wird. *Pretsch* (Bonn).

Chang, Hsiang-Lin: Simple methods for the determination of equivalent pipes and flow distribution in parallel pipe systems. Sci. Record, Acad. Sinica **2**, 408—416 (1949).

Sänger, E.: Luftzumischung zu Abgasstrahlen. Ingenieur-Arch. **18**, 310—323 (1950).

Die Wirkungsgraderhöhung unterschiedlicher Strömungsmaschinen durch Luftbeimischung im Abgasstrahl wird untersucht. Dabei wird angenommen, daß die Mischung unter konstantem Druck vor sich geht, was die Rechnung vereinfacht, ohne ihre Gültigkeit wesentlich einzuschränken. Die Beimischung kann sowohl bei Unterdrucken als auch bei Überdrucken erfolgen. Verf. kommt zum Ergebnis, daß das erstere für stehende Anlagen oder bei sehr geringen Geschwindigkeiten, das letztere insbesondere bei Luftfahrzeugen mit schallnahen Geschwindigkeiten in Frage kommt. Die Wirkung steigt mit fallender Machzahl des ursprünglichen Abgasstrahles, ist also beim Verpuffungsstrahlrohr am größten. *Klaus Oswatitsch.*

Wärmelehre:

● **Partington, J. R.: Thermodynamics: a modern introduction to general thermodynamics and its applications to chemistry and physics.** 4. ed., revised and enlarged. London: Constable and Co., Ltd. 1950. X, 263 p. 22 s. 6 d.

Bridgman, P. W.: The thermodynamics of plastic deformation and generalized entropy. Rev. modern Phys., New York **21**, 56—63 (1949).

Es wird die Frage erörtert, wie man einem Körper in einem Zustand „der völlig von Irreversibilität umgeben ist", d. h. der auf keinem reversiblen Weg aus einem Zustand thermodynamischen Gleichgewichts erreicht werden kann, eine Entropie zuordnen kann. Beispiele: Körper mit Spannungs-Dehnungs-Hysterese, idealer plastischer Körper, Körper mit inneren Umwandlungen. *J. Meixner.*

Guggenheim, E. A.: Entropies of mixing in certain athermal binary solutions. Proc. R. Soc., London, Ser. A **203**, 435—454 (1950).

Athermische Gemische werden definitionsgemäß von Substanzen gebildet, deren Wärmetönung beim Mischen null oder vernachlässigbar gering ist. Dies ist der Fall bei chemisch ähnlichen Substanzen. Bei verschiedener Größe und Gestalt der Moleküle treten Abweichungen von der idealen Mischungsentropie auf. Eine statistische Berechnung der realen Mischungsentropie wird mit Hilfe eines erstmalig von Fowler und Rushbrooke benutzten Modellgitters durchgeführt. Die Durchrechnung des Problems zeigt, daß die Molekülgröße einen stärkeren Einfluß auf die Mischungsentropie ausübt als die Molekülgestalt. *H. Behrens* (Weil a. Rhein).

Groot, S. R. de: Sur la thermodynamique des phénomènes irréversibles. Acad. Belgique, Bull. Cl. Sci., V. S. **36**, 413—418 (1950).

Die Arbeiten von Verschaffelt (dies. Zbl. **30**, 90; **31**, 138; **33**, 88, 140; **36**, 140 und andere) zur thermodynamischen Theorie der irreversiblen Prozesse, insbesondere sein Superpositionsprinzip der Entropieerzeugung beim Ablauf mehrerer elementarer irreversibler Prozesse werden kritisch besprochen. Es wird gezeigt, daß die Onsagerschen Reziprozitätsbeziehungen allgemeiner sind als das Superpositionsprinzip von Verschaffelt und daß letzteres im Widerspruch zum Thermodiffusionseffekt und zu anderen in der Natur auftretenden Erscheinungen steht.

J. Meixner (Aachen).

MacDonald, D. K. C.: Some statistical properties of random noise. Proc. Cambridge phil. Soc. **45**, 368—372 (1949).

Zur Untersuchung der beugenden Eigenschaften der Ionosphäre sendet J. A. Ratcliffe [Nature, London **162**, 9 (1948)] eine einzige Dauerfrequenz aus und beobachtet das zurückkommende schwankende Signal, das dann eine gewisse Frequenzbreite hat, die durch zufällige Mehrfach-Streuungen verursacht angenommen wurde. Durch die Analyse der Korrelation der Amplituden-Enveloppe $R(t)$ und die daraus folgende Kenntnis des effektiven Frequenzspektrums gelangt man z. B. zu einer Abschätzung der mittleren quadratischen Geschwindigkeiten der streuenden Zentren. Da aber die schwankenden Phasen auch beobachtet werden, ist es erwünscht, auch eine Analyse der Phasenkorrelation zu haben. Diese Aufgabe löst diese Arbeit. — Wenn das Frequenzspektrum schmal ist, hat das resultierende Geräusch (die zufällige Schwankung) den Charakter einer regulären Schwingung mit zufälligen Schwankungen von Amplitude und Phase (1) $y(t) = R(t) \sin [\omega_0 t + \theta(t)]$, wobei $R(t)$ und $\theta(t)$ relativ langsam gegen $\sin \omega_0 t$ schwanken. Nach einem von S. O. Rice [Bell. Techn. J. **23**, 282 (1944) und **24**, 46 (1945)] abgeleiteten Ausdruck für die Wahrscheinlichkeitsverteilung p von Amplitude und Phase nach (1) mit einem Frequenzspektrum $w(f)$, $p(R_1 R_2 \theta_1 \theta_2)\, dR_1\, dR_2\, d\theta_1\, d\theta_2$, $R_1 \equiv R(t)$, $R_2 \equiv R(t+\tau)$, $\theta_1 \equiv \theta(t)$, $\theta_2 \equiv \theta(t+\tau)$, wird ein Ausdruck für $p(\Phi)\, d\Phi$, $\Phi = \theta_2 - \theta_1$, abgeleitet, der z. B. für ein Gaußsches Spektrum

$$w(f) = \frac{\psi_0}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\{-(f-f_0)^2/2\sigma^2\}$$

für nicht zu kleine τ

$$p(\Phi)\, d\Phi \approx \frac{d\Phi}{2\pi}\left[1 + \frac{\pi}{2}\, e^{-2\sigma^2\pi^2\tau^2} \cdot \cos\Phi\right],$$

dagegen für $\tau \to 0$

$$p(\Phi)\, d\Phi \approx \frac{d\Phi}{4\pi\sigma\tau} \frac{1}{(1 + (\Phi^2/4\sigma^2\pi^2\tau^2))^{3/2}}$$

wird, d. h. in der Grenze den Dirac-Impuls von der Flächeneinheit ergibt. Daraus folgt der Mittelwert für $|\overline{\Phi}|$ und $\overline{\Phi}^2$ z. B. $|\overline{\Phi}| = \frac{\pi}{2}\left[1 - \frac{2}{\pi}\, e^{-2\sigma^2\pi^2\tau^2}\right]$ für nicht zu kleine τ,

$$|\overline{\Phi}| = 2\sigma\pi\tau \text{ für } \tau \to 0$$

und für

$$|\overline{\sin\Phi}| = 2/\pi \quad (\tau \to \infty), \quad = 2\sigma\pi\tau \quad (\tau \to 0).$$

Nach einer Bemerkung über die Wahl der „mittleren" Frequenz f_0 für unsymmetrische Filter wird ein Inversionstheorem für das Leistungsspektrum abgeleitet, um explizite die Spektrumsparameter aus der Phasen- oder Amplitudenanalyse zu gewinnen. Für symmetrische Spektren ergibt sich nach einem Satz von Burgess und Uhlenbeck ein Ausdruck für die spektrale Verteilung, der angewendet auf $|\overline{\sin\Phi}|$, ergibt

$$W(f) = 2\int_0^\infty \sqrt{\Delta(\tau)} \cos 2\pi f\tau \cdot d\tau,$$

wobei

$$\Delta(\tau) = 3\left(1 - \frac{\pi}{2}\,|\overline{\sin\Phi}|\right), \quad W_f = \frac{1}{\psi_0}\, w(f + f_0)$$

$\psi_0 = \int_0^\infty w(f)\, df$ und $w(f)$ die gesuchte spektrale Verteilung ist. *W. O. Schumann* (München).

Rushbrooke, G. S. and H. D. Ursell: On one-dimensional regular assemblies. Proc. Cambridge phil. Soc. **44**, 263—271 (1948).

Verff. stellen die „große Zustandsumme" (grand partition function) für ein-

dimensionale reguläre Gesamtheiten auf. Eine solche Gesamtheit liegt nach ihnen vor, wenn die Systeme der Gesamtheit eine lineare Kette bilden, die Wechselwirkungen zwischen den Systemen additiv für alle Systempaare sind (Absättigungskräfte werden ausgeschlossen) und die Wechselwirkungsenergie nur von der Art der Systeme und ihrem Abstand abhängt. Die aufgestellte große Zustandssumme gilt für jede endliche Anzahl verschiedener Systemarten und jede endliche Reichweite der Wechselwirkungen. Daraus leiten sie eine Formel für die Gleichgewichtswerte der Systemanzahlen ab, die im Spezialfall Guggenheims Gleichungen des quasichemischen Gleichgewichts umfaßt. Schließlich beweisen sie, daß kritische Erscheinungen in einer solchen eindimensionalen Gesamtheit mit endlicher Reichweite der Wechselwirkungen nicht auftreten können. Die einfachste durch die Formel erfaßte Gesamtheit ist das Isingsche Modell des linearen Ferromagneten. Wenn die Wechselwirkung auch den übernächsten Nachbarn umfaßt, erhält man das Temperleysche erweiterte Modell vom Isingschen Typ. Die Abhandlung schließt mit der Betrachtung von Löchern in der Gesamtheit. *Kofink* (Karlsruhe).

Muckenhoupt, Carl F.: Distribution of temperature and current in cylindrical bodies. J. appl. Phys., Lancaster Pa. **20**, 939—942 (1949).

Die Strom- und Temperaturverteilung in einem Leiter sind miteinander gekoppelt, da der Widerstand temperaturabhängig ist und die Wärmeerzeugung durch die Stromdichte gegeben ist. Es werden für einen kreiszylindrischen Körper die Differentialgleichungen der Temperaturverteilung und der Stromverteilung aufgestellt und der spezifische Widerstand $\varrho = \varrho_0[1 + \alpha(T - T_0)]$ gesetzt. Das entstehende Gleichungssystem ist nicht linear und wird durch Potenzreihen der Temperatur und der Stromdichte gelöst. Einige charakteristische Fälle werden diskutiert. 1. Gute elektrische und thermische Leitfähigkeit, wie in Metallen, ergibt nahezu gleichmäßige Temperatur, und Stromverteilung nach der üblichen Skineffektformel. Ausnahmen bilden nur sehr dicke Zylinder oder äußerst hohe Stromdichten. 2. Guter thermischer oder schlechter elektrischer Leitwert, wie z. B. bei Kohle, Graphit, ergeben wesentlich reduzierten Skineffekt, aber die Möglichkeit ungleichmäßiger Temperaturverteilung. 3. Schlechte thermische und elektrische Leitfähigkeit ergibt nahezu gleichmäßige Stromverteilung, aber stark veränderliche Temperaturverteilung. 4. Infolge der Nichtlinearität der Gleichung können merkbare „Intermodulations"effekte auftreten. *W. O. Schumann* (München).

Vodička, Václav: Conduction de la chaleur dans les corps stratifiés cylindriques. Časopis Mat. Fys., Praha **74**, Nr. 4, 338—340 und französ. Zusammenfassg. 340 (1950) [Tschechisch].

Le problème suivant s'occupe de la conduction de la chaleur dans un cylindre infiniment long, consistant de n couches coaxiales cylindriques aux rayons $0 < \varrho_1 < \varrho_2 < \cdots < \varrho_n < \varrho_{n+1}$ et aux matériaux différents. — On suppose la continuité de température et même du courant de la chaleur dans les surfaces communes des couches et puis une distribution initiale de température, donnée dans chaque partie du corps par une fonction de la position r. La face intérieure du solide est imperméable à la chaleur, qui peut, au contraire, passer (avec un coefficient donné) par la face extérieure. Le milieu autour du solide est supposé à la température constante zéro. (Autoreferat.)

Vodička, Václav: Sphères avec des sources calorifiques. Časopis Mat. Fys., Praha **74**, Nr. 4, 335—337 und französ. Zusammenfassg. 338 (1950) [Tschechisch].

Une sphère homogène et isotrope, de température initiale $u_0(r)$, est mise dans un milieu avec la température constante T_0. A cet instant, les sources calorifiques au débit $q(r, t)$ commencent à échauffer la sphère, dont la surface laisse, avec un coefficient donné, échapper la chaleur dans le milieu voisin. — Il est à trouver la distribution $u(r, t)$ de température dans le solide. (Autoreferat.)

Elektrodynamik:

● **Slater, John C. and Nathaniel H. Frank: Electromagnetism.** New York and London: McGraw-Hill Book Company, Inc. 1947.

Smith-White, W. B.: Energy in electrostatics. Nature, London **166**, 689—690 (1950).

Befindet sich in elektrischem Felde ein Dielektrikum, so ist nach Guggenheim die bei infinitesimaler Verschiebung des Systems geleistete Arbeit mit

$$-\delta W = \int d v \vec{E} \cdot \delta \vec{D} = \int dv \vec{E} \cdot \delta \vec{E} + \int dv \vec{E} \cdot \delta \vec{P} \tag{1}$$

anzusetzen. Die elektrostatische Energie wird in der Literatur durch

$$W = \tfrac{1}{2} \int dv \vec{E} \cdot \vec{D} \tag{2}$$

gegeben. Stellt sie etwa die mechanische Energie dar, so ist sie nach Verf. nur dann zutreffend, falls eine lineare Beziehung zwischen $\vec{E}$, $\vec{D}$ besteht und falls irgendein im Felde liegendes Dielektrikum keine Deformation erleidet. Formel (1) trifft auch beim Fehlen der linearen Beziehung zu, nicht aber beim Eintreten einer Deformation. In diesem Falle soll nach Verf. die Formel (1) im allgemeinen durch

$$-\delta W = \int dv \vec{E} \cdot \delta \vec{E} + \int \vec{E} \cdot \delta(\vec{P}\, dv)$$

zu ersetzen sein. Hierauf läßt Verf. die nicht berechtigte Rüge ergehen, daß in der Literatur der Begriff der Energie nicht mit hinreichender Schärfe gefaßt sei. Indessen ist nach Ref. die Richtigkeit der Formel (2) kaum anzuzweifeln. *S. C. Kar.*

Černyj, F. B.: Aperiodische Magnetisierung einer Kugel. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. S. **55**, 215—218 (1947) [Russisch].

Es wird der zeitliche Verlauf des Entstehens der elektrischen und magnetischen Felder in einer leitenden Kugel beim plötzlichen Einschalten eines an sich unendlich ausgedehnten homogenen magnetischen Feldes mit Hilfe der Laplace-Transformation berechnet. Für sehr kurze Zeiten nach dem Einschalten ergeben sich die elementaren Skineffekt-Formeln bis auf den Faktor 3/2. Zur experimentellen Kontrolle wird der zeitliche Verlauf des Induktionsflusses durch die Äquatorebene der Kugel berechnet. Es werden Lösungen sowohl für $t > 4\pi\mu\sigma R^2/c^2$ als auch für dagegen kleine t angegeben (R Kugelradius, σ spez. Leitwert). *W. O. Schumann.*

Levin, M. L.: Über den Zusammenhang zwischen den energetischen Koeffizienten, die die Antenneneinrichtungen an Wellenleitern charakterisieren. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. S. **60**, 787—789 (1948) [Russisch].

Mit Hilfe des Lorentzschen Reziprozitätstheorems werden für Wellenleiter mit Antennen (z. B. Spalt, Metallantennen, Horn, offenes Ende) Zusammenhänge abgeleitet für die energetischen Koeffizienten für Ausstrahlung, Reflexion des gleichen Wellentyps einer bestimmten Ordnung und Transformation bei der Reflexion in Wellenformen anderer Ordnungen, alles bezogen auf die Energie der aus dem Hohlleiter einfallenden Welle einer bestimmten Ordnung. Insbesondere ergibt sich für einen halb unendlichen Wellenleiter beliebiger Form mit einer „Antenne" am Ende $Q_{pq} = Q_{qp}$, wenn Q_{pq} der Transformationskoeffizient der einfallenden Welle p in eine reflektierte Welle q ist. Auch die Phasensprünge beider Transformationen sind gleich, wenn sie auf den unendlich entfernten Anfang des Wellenleiters bezogen werden. Wenn die äußere energetische Richtcharakteristik der Strahlung der „Antenne" $G_p(\varphi, \vartheta)$ für die aus dem Wellenleiter kommende Welle p bedeutet, so normiert, daß der Mittelwert von $G_p(\varphi, \vartheta)$ gleich 1 ist, so ergibt sich die Empfangsfläche einer Welle, die von außen einfällt, zu $S_p = \frac{\lambda^2}{4\pi} Q_{pr} \tilde{G}_p \cdot \cos^2 \chi$. Darin ist λ die freie Vakuumwellenlänge, Q_{pr} der energetische Ausstrahlungskoeffizient einer aus dem Wellenleiter austretenden p-Welle (bezogen auf die Energie der ankommenden Welle im Wellenleiter), $\tilde{G}_p$ der Wert von G, der für die Richtung der von außen einfallenden Welle in Frage kommt, χ der Winkel zwischen der Polarisationsebene der von außen einfallenden Welle und der Polarisationsebene, die eine aus dem Wellenleiter kommende p-Welle nach der Ausstrahlung in der Richtung der einfallenden Welle in der Wellenzone hat. — Empfangsfläche ist die Fläche der einfallenden Wellenfront, durch die der Energiestrom derselbe ist, wie er durch die entsprechenden Eigenwellen des Hohlleiters nach dem Innern des Hohlleiters weitergeleitet wird. — Schließlich wird eine Antenne betrachtet, an die sich beiderseits zwei ∞ lange Hohlleiter anschließen. In diesem Falle ergibt sich $Q_{p\alpha} = Q_{\alpha p}$, d. h. das Übertrittsverhältnis der Energie einer p-Welle im 1. Hohlleiter zum Energiestrom einer im 2. Hohlleiter weiterlaufenden α Welle und umgekehrt ist das gleiche. — Wenn die Antenne ein Resonanzspalt ist, der in eine Wand eines ∞ langen Hohlleiters eingeschnitten ist, so ist

$\sigma_p^+ = \sigma_p^-$, wenn die σ den Strahlungsleitwert des Spaltes für eine von rechts bzw. von links kommende Welle bedeuten. Es wird für diese Ableitung auf eine frühere Arbeit des Verf. [Izvestija Akad. Nauk SSSR, Ser. fiz. **12**, Nr. 3 (1948)] Bezug genommen. *W. O. Schumann* (München).

Whinnery, J. R.: The effect of input configuration on antenna impedance. J. appl. Phys., Lancaster Pa. **21**, 945—956 (1950).

Ledinegg, E. und E. Fehrer: Über neue Methoden zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten im cm-Wellen-Bereich. Acta phys. Austriaca **3**, 82—110 (1949).

Zum Zwecke der Messung der Dielektrizitätskonstanten im cm-Wellenbereich werden die Eigenfrequenzen eines metallischen kreisförmigen Hohlzylinders, in dem sich eine Scheibe aus dielektrischem Material befindet, berechnet, und die Feldverteilungen für den „elektrischen" Typ, bei dem nur E eine Komponente in der Achse des Zylinders hat und H in der Ebene senkrecht zur Zylinderachse verläuft, und die Grundfrequenz und einige Oberwellen abhängig von den Dimensionen diskutiert. — Die Feldverteilung in der dielektrischen Platte ist im allgemeinen nach Größe und Richtung schon für die Grundschwingung sehr inhomogen, wenn die Platte nicht extrem dünn gegen die Zylinderlänge ist, was also für Meßzwecke nötig ist. Von der Lage der Platte innerhalb des Zylinders ist die Resonanzwellenlänge für einen flachen Hohlraum, Länge $\ll$ Radius, sehr wenig abhängig. Die Messung erfolgt so, daß erst die Eigenwelle des Hohlraumes ohne dielektrische Platte gemessen wird, und nach Einlegen der Platte die Zylinderhöhe so verändert wird, daß wieder bei derselben Frequenz Resonanz herrscht. Allerdings ist das bei gegebener Frequenz und Plattendicke nur für bestimmte Dielektrizitätskonstanten-Intervalle möglich. Interessant ist die Feststellung, daß durch das Einbringen einer dielektrischen Platte auch die Eigenfrequenz eines unendlich langen zylindrischen Hohlraumes geändert wird. Der Einfluß der „unendlich kleinen" Störung ist keineswegs zu vernachlässigen. *W. O. Schumann* (München).

● **Oberdorfer, Günther: Die Ortskurventheorie der Wechselstromtechnik.** 2. Aufl. Wien: Franz Deuticke 1950. 100 S. mit 64 Abb. u. 9 Tafeln, DM 15.—.

Die 2. Auflage dieses Buches, das sich mit der in der Elektrotechnik notwendigen Ortskurventheorie beschäftigt, bringt gegenüber der 1. Auflage zusätzlich die zirkulare Kubik und die bizirkulare Quartik und ihre kissoidale Darstellung. Allgemein laufen diese Ortskurven immer auf geometrische Darstellungen in der komplexen Zahlenebene hinaus von Ausdrücken von der Form

$$V = \frac{A + p\,B + p^2\,C + \cdots + p^m\,O}{P + p\,Q + p^2\,R + \cdots + p^n\,Z},$$

wo die $V, A, B, C, \ldots, O, P, Q, R, \ldots, Z$ komplexe Zahlen sind und p ein veränderlicher reeller Parameter. In manchen Fällen sind aber außerdem noch die komplexen Konstanten von reellen Parametern abhängig. Dann entstehen nicht einzelne Kurven, sondern Kurvenscharen. In 4 Paragraphen werden zunächst die komplexen Zahlen und die einfachsten algebraischen Operationen behandelt, im § 3 die gerade Linie und der Kreis in der komplexen Ebene, die Parabel, die zirkulare Kubik $V = \frac{A + p\,B + p^2\,C}{D + p\,E}$ und die bizirkulare Quartik $V = \frac{A + p\,B + p^2\,C}{D + p\,E + p^2 \cdot F}$ und ihre Ermittlung durch kissoidale Erzeugung. Im § 4 werden die Scharendiagramme besprochen und eine Reihe von Beispielen aus der praktischen Elektrotechnik durchgerechnet. In § 5 wird sehr kurz auf die Darstellung der Leistung und auf nomographische Beziehungen eingegangen. *W. O. Schumann* (München).

Baumann, Ernst: Über Scheinwiderstände mit vorgeschriebenem Verhalten des Phasenwinkels. Z. angew. Math. Phys., Basel **1**, 43—52 (1950).

Es soll ein Scheinwiderstand bzw. ein Leitwert bestimmt werden, dessen Phasenwinkel so frequenzabhängig ist, daß 1. im Bereich $0 < \omega < \omega_0$, $\operatorname{tg}\varphi$ von Null stetig auf $\operatorname{tg}\varphi_1$ ansteigt, 2. im Bereich $\omega_0 < \omega < \omega_1$, $\operatorname{tg}\varphi$ möglichst konstant ist, jedenfalls $\operatorname{tg}\varphi_1$ nicht unter- und $\operatorname{tg}\varphi_2$ nicht überschreitet, 3. im Bereich

$\omega_1 < \omega < \infty$, tg φ dauernd wächst und schließlich dem Wert ∞ zustrebt. Solche Scheinwiderstände sind für gegengekoppelte Verstärker erwünscht. — Die Lösung erfolgt analog der Cauerschen Methode in der Theorie der Filter und führt auf elliptische Funktionen. Nach Lösung eines Teilungsproblems der elliptischen Funktion gelingt es, tg φ als $f(\omega)$ darzustellen und auch einen Ausdruck für den Scheinwiderstand zu finden, der sich durch Schaltungen, die entweder nur Widerstände und Induktivitäten oder nur Widerstände mit Kapazitäten enthalten, darstellen läßt. Am Schluß wird ein Beispiel durchgerechnet. *W. O. Schumann* (München).

Redheffer, R. M.: Remarks on the basis of network theory. J. Math. Phys., Massachusetts **28**, 237—258 (1950).

Es wird eine Reihe von axiomatischen Beziehungen der Schaltungstheorie abgeleitet, wobei die Objekte Vierpole sind, die sich in einer Übertragungsleitung befinden, die z. B. auch ein Hohlrohr sein kann, und durch ihre komplexen Reflexions- und Durchtrittskoeffizienten für eine von links bzw. von rechts kommende Welle charakterisiert werden. Es sind „lineare" Objekte vorausgesetzt, d. h. „linear von links", wenn für eine von links kommende Welle die durchgelassene und die reflektierte Amplitude proportional der einfallenden ist. Analog „linear von rechts". Wenn 2 solche Objekte in Reihe geschaltet werden, mit t, τ als Durchlaß-Koeffizienten von „links" und von „rechts" und r, ϱ den entsprechenden Reflexionskoeffizienten, und $(t\,\tau\,r\,\varrho)$ $(t_1\,\tau_1\,r_1\,\varrho_1)$ das aus beiden zusammengesetzte neue Element bezeichnet, so ist

$$(t\,\tau\,r\,\varrho)\,(t_1\,\tau_1\,r_1\,\varrho_1) = \left(\frac{t\,t_1}{1-r_1\varrho}\;\frac{\tau\,\tau_1}{1-r_1\varrho}\;\frac{r+d r_1\,\varrho_1}{1-r_1\varrho}\;\frac{\varrho_1+d_1\varrho}{1-r_1\varrho}\right), \tag{1}$$

$d = t\,\tau - r\,\varrho$, $d_1 = t_1\,\tau_1 - r_1\,\varrho_1$. Daraus wird abgeleitet: Eine lineare Schaltung ist ein Quadrupel von komplexen Zahlen, welches mit andern Quadrupeln sich nach Art der Gleichung (1) zusammensetzt. Aus Gleichung (1) werden zunächst algebraische Eigenschaften abgeleitet. Eine zum Vierpol hinzugefügte Leitung von der Länge λ hat $t = 1$, $r = 0$, so daß ihr Symbol 1100 ist. Daher ist

$$(1100)\,(t\,\tau\,r\,\varrho) = (t\,\tau\,r\,\varrho)\,(1100) = (t\,\tau\,r\,\varrho).$$

Es läßt sich auch die Existenz des Inversen eines Objekts nachweisen, indem

$$\left(\frac{\tau}{d}\;\frac{t}{d} - \frac{r}{d} - \frac{\varrho}{d}\right)(t\,\tau\,r\,\varrho) = (1100)$$

ist. Nicht alle Objekte mit $d \neq 0$ bilden eine Gruppe, aber jene, bei denen das Produkt zweier Objekte wieder ein Objekt der Gruppe ist. Bilaterale Objekte, die dem Reziprozitätstheorem genügen, d. h. mit $t = \tau$, geben kombiniert wieder bilaterale Objekte und bilden eine Untergruppe der allgemeinen Objekte, aus denen sie entstehen, falls diese eine Gruppe bilden [z. B. bilden die „verlustlosen" Objekte eine Gruppe nach (1)]. Kommutierende Objekte, d. h. solche, bei denen ein Paar die gleichen Eigenschaften hat unabhängig von deren Reihenfolge, bei denen $r/\varrho = r'/\varrho'$ und $(1-d)/r = (1-d_1)/r_1$ sein muß, besitzen auch Inverse der gleichen Bedingung. Deshalb bilden alle Objekte mit $r/\varrho = a$ und $(1-d)/r = b$ eine Abelsche Gruppe unter der Multiplikation (1). Spezielle Fälle sind $d = 1$ und $r = 0$ oder $\varrho = 0$. — Ausgehend von diesen Grundsätzen werden dann verschiedene Zusammenhänge mit der Matrizenrechnung aufgezeigt nach Arbeiten von P. Marcus und spezielle Objekte diskutiert. Das „Shuntobjekt", entsprechend der Parallelschaltung quer zur Leitung, wird so definiert, daß ein Objekt, hinter dem eine Reflexion r eintritt, auf beiden Seiten das gleiche elektrische Feld haben soll. Dies tritt dann ein, wenn $r_1(d - t - \varrho) + (1 + r - t) = 0$, woraus 4 gleichwertige Bedingungen folgen, von denen eine die bekannte $t = 1 + r$ und $\tau = 1 + \varrho$ ist. Verlustlose Objekte werden in der üblichen Form durch $|t|^2 + |r|^2 = 1$, $|\tau|^2 + |\varrho|^2 = 1$ definiert. Damit aber auch dem Multiplikationsgesetz 1 genügt wird, treten noch zusätzliche Bedingungen hinzu, z. B.

$$d = -e^{i(\arg r + \arg \varrho)}, \quad |t| = |\tau|,$$

Aus der ersten Bedingung folgt $A = \arg t + \arg \tau - \arg r - \arg \varrho = (2n+1)\,\pi$ bzw. $A = \pi$. — Wird die Größe $B = \arg t - \arg \tau$ eingeführt, so ist für jede Funktion $f(t, \tau, r, \varrho)$, die gegen das Zuschalten von Leitungen beliebiger Länge invariant ist, $f = F(A, B)$. In analoger Weise werden auch passive Objekte definiert, für die $|t|^2 + |\tau|^2 < 1$ ist. Im 4. Abschnitt werden einige allgemeine Sätze über die wiederholten Reflexionen einer Kette von Objekten behandelt. *W. O. Schumann* (München).

González Domínguez, Alberto: Über einige Punkte der mathematischen Theorie der linearen Ströme. Rev. Un. mat. Argentina **14**, 276—322 und engl. Zusammenfassg. 275 (1950) [Spanisch].

This paper deals with certain aspects of the mathematical theory of linear systems. In the first part we study systems whose transfer function is a Laplace-Stieltjes integral with a real generator — the initial admittance of the system — of bounded variation in every finite

interval. The stable systems are obtained when the total variation in $(0, \infty)$ is bounded. General theorems of Wiener-Pitt on Fourier-Stieltjes integrals, and their analogues for Laplace-Stieltjes integrals enable one to formulate simple and general stability criteria, in particular for feedback systems of one or several meshes. — The second part deals with de „Wiener transfer functions", that is, those whose admittance has a derivative of integrable square. Due to the essential fact that the class of these functions is identical with the class H_2 of Hardy in a half plane, it is possible to establish a canonical representation of these transfer functions where their modulus on the real axis and their zeros in the right half plane figure as parameters. It is shown how this formula can be made the basis of a theory, in a certain sense complete, of these transfer functions, generalizing automatically the important concept of „minimum phase-shift" transfer functions due to Bode, and of „all-pass" transfer functions. — In the third part we study the synthesis of circuits, whose transfer function is preassigned. It is possible to synthetize a transfer function as a product of simple, maximum modulus transfer functions.

(Aus der engl. Zusammenfassung.)

Parodi, Maurice: Sur une propriété d'une équation algébrique; application à l'étude des oscillations dans les réseaux électriques. C. r. Acad. Sci., Paris **229**, 1190—1192 (1949).

Gegeben sei die Gleichung

$$\left\|a_{jk}^{(0)} z^m + a_{jk}^{(1)} z^{m-1} + \cdots + a_{jk}^{(m)}\right\| = 0, \tag{1}$$

wo die Determinante von der Ordnung n und die Elemente Polynome sind vom Grade m in z. Mit Hilfe eines Satzes von Hadamard wird gezeigt, unter welcher Bedingung die Wurzeln innerhalb oder außerhalb des Einheitskreises liegen. — Für einen elektrischen Stromkreis aus n unabhängigen Maschen ist die Bestimmungsgleichung für die Eigenfrequenzen vom Typ (1) mit $m = 2$. Die Determinante ist symmetrisch von der Ordnung n und die Koeffizienten des Polynoms sind reell. Es ist bekannt, daß die Matrizen mit den Koeffizienten $a_{jk}^{(0)}$, $a_{jk}^{(1)}$ und $a_{jk}^{(2)}$ positiv definit sind und deshalb die Wurzeln für $m = 2$ einen negativ reellen Teil haben. Dann ist die Bedingung dafür, daß die Moduln der Wurzeln kleiner als λ sind

$$\lambda^2 \left|a_{jj}^{(0)}\right| > \lambda^2 \sum_{k \neq j} \left|a_{jk}^{(0)}\right| + \lambda \sum_k \left|a_{jk}^{(1)}\right| + \sum_k \left|a_{jk}^{(2)}\right| \quad (j, k = 1, 2, \ldots, n). \tag{2}$$

Soll der Modul der Wurzeln größer sein als μ, so gilt

$$\frac{1}{\mu^2} \left|a_{jj}^{(2)}\right| > \frac{1}{\mu^2} \sum_{k \neq 1} \left|a_{jk}^{(2)}\right| + \frac{1}{\mu} \sum_k \left|a_{jk}^{(1)}\right| + \sum_k \left|a_{jk}^{(0)}\right| \quad (j, k = 1, 2, \ldots, n). \tag{3}$$

Wenn μ und λ gegeben sind ($\mu < \lambda$), so können die Koeffizienten so gewählt werden, daß (2) und (3) gleichzeitig befriedigt sind. Man erhält so eine Schaltung, bei der die Moduln der komplexen Frequenzen zwischen μ und λ liegen. Man kann aber auch damit Maschennetze entwickeln, wo sich die komplexen Frequenzen im Innern eines Kreises befinden, dessen Zentrum in der reellen Achse liegt und vollkommen auf der linken Seite der imaginären Achse verläuft. — Die Arbeit ist die Ergänzung einer früheren [C. r. Acad. Sci., Paris **228**, 1400—1402 (1949)], wo eine Rechenmethode für die obere Grenze der reellen Teile der komplexen Frequenzen gegeben wurde.

W. O. Schumann (München).

Parodi, Maurice: Sur le calcul des fréquences propres des chaînes cycliques alternées. C. r. Acad. Sci., Paris **231**, 609—610 (1950).

Fußend auf einer früheren Arbeit [C. r. Acad Sci., Paris **215**, 13 (1942)], werden Lösungen gegeben für die Eigenfrequenzen in sich geschlossener Systeme, die aus 2 verschiedenen, abwechselnd aufeinanderfolgenden schwingungsfähigen Gliedern bestehen. Dazu gehören in sich geschlossene Ketten elektrischer Stromkreise mit $n = 2m$ verschiedenen, sich abwechselnd folgenden Elementen, oder $n = 2m$ Masseteilchen von 2 verschiedenen Arten, die sich abwechselnd an den Ecken eines regelmäßigen n-Ecks befinden und dadurch miteinander verbunden sind (z. B. zyklische Kohlenstoffverbindungen). Als Lösungen der Schwingungsgleichung für diesen Fall ergeben sich die Eigenfrequenzen als

$$4 \cos^2\left(\frac{2\lambda\pi}{n}\right) = \frac{(2k - m\omega^2)(2k - M\omega^2)}{k^2 \cos^2\theta}, \quad \lambda = 1, 2, 3, \ldots, (n-1);$$

θ Komplementwinkel zweier aufeinanderfolgender Seiten des Polygons, k Konstante der elastischen Verbindungskraft zweier Teilchen, m und M die abwechselnd aufeinander folgenden beiden verschiedenen Massen. *W. O. Schumann* (München).

Gadsden, C. P.: An electrical network with varying parameters. Quart. appl. Math. 8, 199—205 (1950).

Die freien Schwingungen eines Serienschwingkreises aus R, L und C, in Reihe geschaltet, werden diskutiert, wobei R, L und C Funktionen der Zeit sind. Wenn der magnetische Fluß der Spule $\Phi = L\,i$ eingeführt wird, heißt die Gleichung

$$\frac{d\Phi}{dt} + R\,i + \frac{2}{C} = 0, \quad i = \frac{dq}{dt}.$$

Die aufgespeicherte Energie ist $E = \frac{1}{2}\,q^2/c + \frac{1}{2}\,\Phi^2/L$ und ihre zeitliche Änderung ist

$$\frac{dE}{dt} = -\,R\,i^2 - \frac{1}{2}\,\frac{q^2}{C^2}\,\frac{dC}{dt} - \frac{1}{2}\,\frac{\Phi^2}{L^2}\cdot\frac{dL}{dt}.$$

Wenn C und L sich ändern, wird Energie zu- bzw. abgeführt, woraus W. L. Barrow [Proc. I. R. E. **22**, 201 (1934)], A. Erdelyi [Ann. Phys., Leipzig, V. F. **19**, 585 (1934); dies. Zbl. 8, 393] und N. Minorsky [J. Franklin Inst. **240**, 25 (1945)] Schlüsse über das Anwachsen bzw. Abklingen von Schwingungen gezogen haben. — Wird das Verhalten des Stromkreises durch Φ und q beschrieben, so hat man $\frac{dq}{dt} = \frac{\Phi}{L}$ und $\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{q}{C} - \frac{R}{L}\cdot\Phi$. Es ist angenommen, daß R, L und C stetige Funktionen von t mit stetigen Ableitungen sind und daß ihre Werte zwischen positiven endlichen Grenzen liegen. Dann bestimmt jedes Paar von Anfangswerten $q(t_0)$, $\Phi(t_0)$ eindeutig eine Lösung $q(t)$, $\Phi(t)$. Wenn speziell $q(t_0) = \Phi(t_0) = 0$ ist, so ist $q(t) = \Phi(t) = 0$. In der q-Φ-Ebene (Φ Ordinate, q Abszisse) bewegt sich der Punkt q, Φ mit wachsender Zeit im 1. und 3. Quadranten im Uhrzeigersinn um den Nullpunkt und kann darin nur eine begrenzte Zeit verbleiben. Dagegen kann der Punkt dauernd im 2. und 4. Quadranten verbleiben, was eine aperiodische Lösung bedeutet. Ob Schwingungen entstehen oder nicht, hängt nicht von den Anfangsbedingungen ab (ausgenommen beide gleich Null). — Es wird dann eine Abschätzung der Zahl solcher Schwingungen zwischen den Zeiten t_1 und t_2 durchgeführt und ein Näherungskriterium angegeben, ob die Schwingungen oszillatorisch sind oder nicht. Weiterhin folgt aus der Reduktion der Gleichungssysteme zu einer einzigen Gleichung 2. Ordnung $d^2y/ds^2 + f(s)\cdot y = 0$ mit Hilfe des Theorems von Sturm [vgl. R. Bellmann, Off. Nav. Res. Dep., Washington, D. C. **1949**, p. 116; A. Wintner, dies. Zbl. **32**, 348; E. L. Ince, Ordinary differential equations, Dover Publicatons, New York, p. 226] usw.: Wenn

$$F(t) = \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} - \frac{L}{2}\,\frac{dR}{dt} \geq k > 0 \quad \text{für} \quad t > T,$$

wo k eine Konstante ist, so sind die Schwingungen oszillatorisch, dagegen wenn $F(t) \leq 0$ für $t > T$, so sind sie nicht oszillatorisch für $t > T$. Wenn sie nicht oszillatorisch sind, klingen sie mit der Zeit ab. $\lim q(t) = \lim \Phi(t) = 0$ für $t \to \infty$. — Zur Frage der stabilen bzw. nicht stabilen Lösungen, d. h. ob die Lösung mit $t \to \infty$ begrenzt bleibt (s. Barrow, Erdelyi und Minorsky, a. a. O.) zeigt sich, daß, wenn $q(t)$ stabil oder abklingend ist, $\Phi(t)$ in gleicher Weise verläuft, und umgekehrt. Das Verhalten des Kreises bezüglich Stabilität hängt, streng genommen, in gewissen Fällen von den Anfangsbedingungen ab. Aber in solchen Fällen ist das System wesentlich unstabil, denn alle möglichen Anfangswerte q_0, Φ_0, die stabile Lösungen ergeben, liegen auf einer geraden Linie durch den Ursprung in der q, Φ-Ebene. — Als Stabilitätskriterien ergeben sich ferner entweder

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{C}{L}\right) \leq 2\,\frac{RC}{L^2} \quad \text{oder} \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{C}{L}\right) \geq 0,$$

geltend für $t > T$. Bei Unstabilität muß hiernach $d(C/L)/dt$ dauernd außerhalb der Grenzen 0 und $2\,RC/L^2$ verlaufen. — Die Resultate gelten ebenfalls für denselben Stromkreis mit R, L und C parallel geschaltet. *W. O. Schumann* (München).

Krumhansl, J. A. and R. T. Beyer: Barkhausen noise and magnetic amplifiers. I. Theory of magnetic amplifiers. J. appl. Phys., Lancaster Pa. **20**, 432—436 (1949).

Es wird die Ausgangsspannung eines magnetischen nicht linearen Verstärkers berechnet, indem als Beziehung zwischen B und H die arctg-Funktion angesetzt wird. Ein solcher Verstärker besteht schematisch z. B. aus 2 Eisenringen, auf denen sich je 3 Wicklungen befinden, wobei entsprechende Wicklungen auf beiden Ringen in Reihe geschaltet sind. Wicklung 1 wirkt in beiden Ringen gleichsinnig und wird von einer Wechselspannung gespeist, und mit so großem Strom, daß in jeder Periode der Sättigungszustand des Eisens erreicht wird. Wicklung 2 (Ausgangswicklung) ist auf beiden Ringen gegensinnig wirkend, so daß Wicklung 1 allein in ihr keine resultierende Spannung erzeugen kann. Wicklung 3 ist von Gleichstrom durchflossen und verursacht, daß in Wicklung 2 gerade Oberharmonische des Stromes von Wicklung 1 auftreten,

deren Größe dem Strom in Wicklung 3 proportional ist. Hysteresis ist vernachlässigt. Es werden die üblichen Differentialgleichungen der magnetisch gekoppelten Wicklungen aufgestellt. Zur „Linearisierung" wird der Strom der Wicklung 1 als groß gegen die Ströme aller anderen Wicklungen angenommen, und dieser Strom als zeitlich sinusförmig vorausgesetzt. Die nicht linearen Terme der Gleichungen werden in Fourierreihen der aufgeprägten Frequenz des Stromes in Wicklung 1 entwickelt, und es werden damit die Amplituden der geraden Oberharmonischen der induzierten Spannung in Wicklung 2 bestimmt, die sich als proportional der Stärke des Gleichstroms ergeben. Anschließend wird der Einfluß des an Wicklung 2 angeschlossenen äußeren Stromkreises untersucht, wobei sich für kapazitive Belastung ein Gebiet der Unstabilität ergibt. Eine rechteckige Hysteresisschleife ergibt in erster Näherung im Prinzip eine Phasenverschiebung im Ausgang, ohne die Amplituden der verschiedenen Harmonischen zu verringern.
W. O. Schumann (München).

Krumhansl, J. A. and R. T. Beyer: Barkhausen noise and magnetic amplifiers. II. Analysis of the noise. J. appl. Phys., Lancaster Pa. **20**, 582—586 (1949).

In Fortsetzung des 1. Teils (vorsteh. Referat) wird eine Analyse des „Barkhausengeräusches" gegeben, das die Empfindlichkeit des magnetischen Verstärkers begrenzt. Als Mechanismus wird das Umklappen der Elementarmagnete durch den Einfluß des Magnetfeldes angenommen und das statistische Problem nach der Arbeit von S. D. Rice [Bell Syst. Techn. J. **23**, 287 (1944) und **24**, 46 (1945)] durchgeführt. Die Wahrscheinlichkeit der Umklappens im Zeitintervall Δt wird als

$$p(t)\,\Delta t = \frac{V}{8\pi m}\left|\frac{d\bar{B}}{dH}\right| \cdot \left|\frac{dH}{dt}\right|$$

angesetzt; $\bar{B}$ mittlere Kraftflußdichte, V Volumen des Magnetkerns, m magnetisches Moment des Elementarmagneten. Mit der Annahme, daß das zeitliche Umkippen eines Magneten sehr plötzlich ist und durch eine δ-Funktion dargestellt werden kann, wird zunächst der Mittelwert $\bar{e}(t)$ und das mittlere Schwankungsquadrat der Ausgangsspannung $\Delta^2(t) = \langle [e(t) - \bar{e}(t)]^2 \rangle$ ausgerechnet und es ergibt sich das Verhältnis Signal/Geräusch an der Wicklung zu

$$\frac{\bar{e}(t)}{\Delta(t)} = \left(\frac{\sigma V}{8\pi m} \cdot \left|\frac{d\bar{B}}{dH}\right|\right)^{\frac{1}{2}},$$

wenn σ die Zeitdauer des durch das Umklappen induzierten Impulses ist. — Da jedoch der magnetische Verstärkerausgang fast immer über einen Verstärker mit Filter mit der Wicklung verbunden ist, wird die Ausgangsspannung e in eine Fourierreihe der Periode T zerlegt, wobei in der Grenze $T \to \infty$ geht. Aus $\lim \frac{1}{T} \int_T e^2(t)\,dt$ läßt sich mit dem Theorem von Parseval aus den Koeffizienten der Fourierreihe das mittlere Schwankungsquadrat berechnen und damit die mittlere zeitliche Schwankung nach Durchgang durch das Filter, wenn dessen Frequenzcharakteristik gegeben ist. Speziell auf den magnetischen Verstärker angewendet, ergibt sich mit den Resultaten von Arbeit I z. B. für ein Bandpaßfilter mit Durchlässigkeit 1 zwischen den Frequenzgrenzen f_1 und $f_1 + \Delta f$, und sonst Null, wenn das Filter den Wicklungsausgang nicht stark belastet, ein Wert des Verhältnisses von effektiver Signalspannung zu Geräuschspannung, bei dem dieses Verhältnis wächst mit der Betriebsfrequenz und mit wachsendem Kernvolumen (was allerdings mehr Leistung zum Betrieb des Transformators braucht). Zweitens ergibt sich als günstig ein Kern-Material hoher Anfangspermeabilität, leicht zu sättigen und magnetisch fein gekörnt. Wenn das Volumen des Elementarmagneten zu 10^{-8} cm^3 angenommen wird, die Frequenz zu 1000 sek^{-1} und ein Filter mit einer Bandweite von 100 sek^{-1}, dann ergibt sich für eine bestimmte Ausführung einer Stromgrenze von $3 \cdot 10^{-9}$ A. Die beobachteten Werte liegen bei 10^{-8} bis $2{,}5 \cdot 10^{-8}$ A. Der Unterschied kann noch in sonstigen hier nicht berücksichtigten Störungen liegen oder in einer nicht exakten Wahl der Bandweite. Oder die Magnete bestehen aus Gruppen von Bereichen, die gleichzeitig kippen. Dadurch würde m größer und die Übereinstimmung besser.
W. O. Schumann (München).

Buneman, O.: A toroidal magnetron. Proc. phys. Soc. London, Sect. B **63**, 278—288 (1950).

Verf. schlägt eine neue Form des Hohlraummagnetrons vor, in Ringform, bei dem das Magnetfeld rein zirkular verläuft und das elektrische Feld zwischen der ringförmigen Kathode und einem diese umgebenden Kreisring als Anode verläuft, wobei diese ringförmige Anode im Innern Schlitze enthält. Das erforderliche Magnetfeld kann durch einen starken Stromstoß in der Achse des Systems erzeugt werden. Elektrische Wellen und Elektronen laufen parallel zu der ringförmigen Kathode, senkrecht sowohl zum elektrischen wie zum magnetischen Feld. Die Wellen sind von demselben Typ wie die im Linearbeschleuniger. Die Theorie des Magnetrons

mit zylindrischer Kathode nach der „Manchester Group" unter Hartree 1943 und 1944 und nach G. B. Collins in „Microwave Magnetrons" (New York 1948) wird, entsprechend modifiziert, auf die vorgeschlagene Form angewendet und ergibt äquivalente Resultate. Der Hauptgrund für die neue Ringform ist die Kontinuität der Elektronenströmung. Eine Alternative wären 2 geradlinige Teile, die durch halbkreisförmige Elektronen und Wellenleiter abgschlossen sind.

W. O. Schumann (München).

Fürth, R. and D. K. C. MacDonald: On the retarding field current in diodes. Proc. phys. Soc. London, Sect. B **63**, 300—302 (1950).

In einer vorhergehenden Arbeit der Verff. [Proc. phys. Soc. London **59**, 375 (1947)] wurde gezeigt, wie die Raumladungsverteilung in ebenen und zylindrischen Dioden bei verzögerndem Feld durch die bekannten Methoden der statistischen Thermodynamik berechnet werden können, und es wurde die Größe des maximalen Stromes unter diesen Bedingungen bestimmt. In der vorliegenden Arbeit werden einige Ungenauigkeiten berichtigt und die Wichtigkeit der Resultate zur Bestimmung der Kathodentemperatur in Glühkathodenrohren betont, besonders bezugnehmend auf eine Arbeit von D. A. Bell [Proc. phys. Soc., London, Sect. B **62**, 324 (1949)].

W. O. Schumann (München).

Brillouin, L.: The traveling-wave tube. (Discussion of waves for large amplitudes). J. appl. Phys., Lancaster Pa. **20**, 1196—1206 (1949).

Die bisherigen Untersuchungen der Travelling-Wave-Tube, bei der ein Elektronenstrahl in Wechselwirkung mit einer elektrischen Welle steht, die sich auf kleine Schwankungen von Welle und Elektronenstrahl beschränkten, wie z. B. von J. R. Pierce [Proc. Inst. Radio Engineers **35**, 111 (1947)], werden auf große Amplituden erweitert. Es werden dann die nichtlinearen Glieder der Ausgangsgleichung von Einfluß, und es ist eine starke Verzerrung der Welle zu erwarten und eine Begrenzung des Anwachsens. Ähnlich wie z. B. bei den van der Polschen Schwingungen eines Kreises mit veränderlichem Widerstand [z. B. Z. f. Hochfrequenztechnik **28**, 178 (1926); **29**, 114 (1927)] die Schwingungen zunächst zeitlich sinusförmig beginnen und bei großen Amplituden mit sehr verzerrten aber gut definierten und stabilen Relaxationsschwingungen enden. Es kann aber auch nach A. Nordsieck überhaupt kein stabiler Zustand eintreten, sondern es kann auch Amplitudenschwingungen um einen bestimmten Mittelwert geben, ein System von Schwebungen, bei dem die endgültige Welle verzerrte Schwingungen mit veränderlichen Amplituden ausführt. Es lassen sich einige Invarianten für den Anschwingprozeß angeben, die auch für große Amplituden gelten, z. B. der zeitliche Mittelwert des Elektronenstromes, der zeitliche Mittelwert der kinetischen Energie während seiner Wanderung, woraus folgt, daß der mittlere zeitunabhängige Geschwindigkeitsanteil des Strahls immer abnimmt, wenn der Schwingungsanteil anwächst. Schließlich ist auch der zeitliche Mittelwert des gesamten axialen Energieflusses konstant. Dieser Energiefluß besteht aus der Summe der gestrahlten Energie der Welle und dem Fluß der potentiellen und der kinetischen Energie des Strahles. — Für Wellen großer Amplitude wird die Möglichkeit stabiler Zustände untersucht, wenn Ladungsdichte im Strahl, Elektronengeschwindigkeit und die radiale Spannung V infolge des elektrischen Feldes nur von der Kombination $\theta = x - u_0 t$, $u_0 = \text{const.}$, abhängen. Je nach Wahl der Integrationskonstanten sind verschiedene Fälle möglich. Eine Lösung ergibt, daß der Strahl in scharf begrenzte Raumladungsklumpen konstanter Dichte (Bunches) zerfällt, die in gewissen Zwischenräumen aufeinander folgen und mit der Geschwindigkeit u_0 laufen, und daß die gleich schnelle Welle auch aus einzelnen unstetigen Stücken besteht, indem V dort, wo keine Raumladung ist, positiv und konstant ist, und dort, wo sich Raumladungen befinden, ebenfalls einen anderen konstanten Wert hat. — Von den sonst noch möglichen Lösungen sind besonders die Stoßwellen (Shock-Waves) interessant. Sie entsprechen Strahlen, welche mit der Anfangsgeschwindigkeit u_0 erzeugt werden. Im Wellenfeld bleiben sie zunächst sehr nahe dieser Geschwindigkeit bis zur Wellenfront bei $\theta = 0$, da die radiale Spannung V praktisch Null ist, bis bei $\theta = 0$, $x = u_0 t$, der Strahl plötzlich beschleunigt oder verzögert wird. Für die Raumladung ist dies eine Art Stoßwelle. Die Raumladungsdichte ist groß für $\theta < 0$, nimmt in der Nähe $\theta = 0$ ab und wird sehr klein für $\theta > 0$. Die radiale Spannung V ist praktisch klein und konstant für $\theta < 0$ und wächst für $\theta > 0$ linear an. Es ist unwesentlich, ob die Elektronen an der Wellenfront beschleunigt oder verzögert werden. Raumladung und radiale Spannung sind die gleichen in beiden Fällen, die sich nur durch die Art des Einschießens der Elektronen von der Elektronenkanone her unterscheiden. *W. O. Schumann* (München).

McMillan, Edwin M.: The relation between phase stability and first-order focusing in linear accelerators. Phys. Rev., Lancaster Pa., II. S. **80**, 493 (1950).

Es wird allgemein bewiesen, daß gleichzeitige Phasenstabilität und Fokus sierung von erster Ordnung durch keine Wahl des elektrischen und magnetischen Feldes erzielt werden kann, wenn keine Gitter oder Folien verwendet werden.
W. Glaser (Wien).

Optik:

Armsen, Paul: Über die Strahlenbrechung an einer einfachen Sammellinse. II. J. reine angew. Math. **188**, 65—73 (1950).

In diesem 2. Teil [Referat des 1. Teils: dies. Zbl. **36**, 417] wird zunächst eine Umformung und Verallgemeinerung der Formeln für die Brechung an einer Fläche vorgenommen, um sie auf die Brechung an der zweiten Fläche einer Linse anwenden zu können. Hierzu ist die Drehung des Koordinatensystems notwendig. Anschließend wird die Brechung an einer beliebigen zweiten Fläche behandelt. Es werden Formeln erhalten, die den von Kerber angegebenen entsprechen. Da diese Formeln für die zahlenmäßige Berechnung nicht geeignet sind, werden Näherungsformeln entwickelt, gültig für Linsen, deren Dicke D gegen die andere in Richtung der optischen Achse gemessene Größe so klein ist, daß $A^2 D^2$ klein von dritter Ordnung ist, wenn A [von der Dimension einer reziproken Länge] eine beliebige der benutzten Konstanten ist. Man erhält so eine Formel, bei der — auf die Glieder der Seidelstufe angewandt — Glieder 6-ter und höherer Ordnung vernachlässigt sind. Die Formeln werden zur Bestimmung der Aberrationskurven einer mäßig dicken Linse angewandt. *Picht* (Babelsberg).

Risco, M.: Étude théorique de la formation d'images mobiles ponctuelles. Rôle cinématique des conditions d'Abbé et de Herschell. J. Phys. Radium **11**, 159—163 (1950).

Verf. betrachtet die Abbildung eines kleinen linearen Objekts durch ein optisches System, wobei das lineare Objekt gegen die Achse geneigt sei, wobei er annimmt, daß einer der Punkte des Objets streng stigmatisch abgebildet wird. Er denkt sich sodann das Objekt ersetzt durch eine punktförmige bewegte Lichtquelle, die mit konstanter Geschwindigkeit — die zunächst als klein gegen die Lichtgeschwindigkeit vorausgesetzt wird — das lineare Objekt durchläuft, deren Bild also das Bild des linearen Objektes beschreibt. Aus der Formel für den Doppler-Effekt ergibt sich die von der Frequenz der Lichtquelle verschiedene Frequenz der Lichtstrahlen, die durch das optische System hindurchgehen, in Abhängigkeit von der Neigung der Bahn des Lichtpunktes gegen die Systemachse, d. h. der Neigung des linearen Objekts gegen die optische Achse. Verf. zeigt dann, daß sich charakteristische Formeln der geometrischen Optik, insbesondere die Bedingungen von Abbé und Herschell, unmittelbar aus den Frequenzbeziehungen ableiten lassen, die aus dem Doppler-Prinzip folgen. Verf. führt dann weiter die analogen Betrachtungen durch, indem er für die bewegte Lichtquelle und ihr Bild die relativistische Formel des Doppler-Effektes benutzt und kommt so zu etwas modifizierten Ausdrücken für die Abbé und Herschellsche Bedingung. *Picht* (Babelsberg).

Franz, W.: On the theory of diffraction. Proc. phys. Soc. London, Sect. A **63**, 925—939 (1950).

The author proposes a method of successive approximations wherein corrections are made with a view to the wave equation and with a view to the boundary conditions alternately. Scalar and electromagnetic cases are considered side by side. In the scalar case, if $u_0, u_0', u_1, u_1' \ldots$ is the sequence of approximations, then u_0 is taken as the primary field. The two types of correction then consist of (i) „intermediate steps" $u_\nu \to u_\nu'$, taking account of the diffracting objects, and (ii) „principal steps", $u_\nu \to u_{\nu+1}$, taking account of the wave equation. For the principal steps, $\delta u_{\nu+1} = u_{\nu+1} - u_\nu'$ must be found such that

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\delta u_{\nu+} = -\bar{\varrho}_\nu, \text{ where } \bar{\varrho}_\nu = \Delta u_\nu' - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}u_\nu'.$$

There do not seem to be any boundary conditions on $\delta u_{\nu+1}$, and the au. gives $\delta u_{\nu+1}$ expressed as a volume integral in terms of retarded values as [author's formula (4)]

$$\delta u_{\nu+1} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{[\bar{\varrho}_\nu]}{r} \, d\tau$$

with corresponding formulae (4a) in the electromagnetic case. The „intermediate steps", on the other hand, are to be chosen to suit the particular case. The au. states that this requires skill. — For the case of a reflecting screen with aperture, the recommanded intermediate step consists in the introduction of a surface discontinuity confined to an „infinitely narrow" reflection zone along the screen. The formulae (4—4a) are modified for this case by a limiting process. [The reviewer has difficulty in following this section and in particular differs from the au. as regards the first and third equations of (5) and as regards the nature of the surface integral in (6).] Results are given for scalar and electromagnetic cases, monochromatic and otherwise. For example in the monochromatic electromagnetic case he finds, (8a),

$$\delta \boldsymbol{E}_{\nu+1} = \frac{1}{4\pi} \operatorname{curl} \int d\sigma \times \boldsymbol{E}'_\nu \frac{\exp i k r}{r} - \frac{1}{4\pi i \omega \varepsilon} \operatorname{curl} \operatorname{curl} \int d\sigma \times \boldsymbol{H}'_\nu \frac{\exp i k r}{r},$$

where $d\sigma$ is the directed surface element, with a corresponding magnetic equation. The vectors $\boldsymbol{E}'_\nu$, $\boldsymbol{H}'_\nu$ are at our disposal; the choice recommended is that they equal $\boldsymbol{E}_\nu$, $\boldsymbol{H}_\nu$ over the aperture, and equal over the reflection zone the field strength of „reflected wave". It is stated that these formulae are superior to those of Kirchoff in that they give a series of approximations, that they are valid for long waves as well as short, that they are valid on both sides of the screen, and that they hold for screens of arbitrary reflectivity. However, the reviewer comments, there is no proof given that any of the approximations have any validity. — Special cases considered are (i) diffraction by small perfectly reflecting bodies, particularly spheres, and (ii) the half-plane with boundary condition $u = 0$, also with boundary condition $du/dn = 0$. There are many detailed calculations for the half-plane. It is shown that it is possible to choose the „intermediate steps" in these cases in a more or less plausible way so as to give some measure of agreement with known solutions for these problems. For the half-plane some difficulties occur with the edge. In dealing with this a method is developed which, the au. suggests, may apply to more general screens. *F. V. Atkinson* (Ibadan).

Ljunggren, T.: Contributions to the theory of diffraction of electromagnetic waves by spherical particles. II. Ark. Fys., Stockholm **1**, Nr. 1, 1—18 (1949).

Die früheren Rechnungen (dies. Zbl. **33**, 141) werden fortgeführt und die Ergebnisse für die gebrochene Strahlung für $n = 3/4$ (= Brechungsindex) und $ka = 20(5)60$ (k = Wellenzahl, a = Kugelradius) numerisch ausgewertet. Ihre praktische Anwendbarkeit zur Bestimmung der Größe von Nebeltröpfchen aus den Beugungserscheinungen wird diskutiert. *J. Meixner* (Aachen).

Gans, Ricardo und Guido Beck: Lichtbeugung an einer Schneide. Rev. Un. mat. Argentina **14**, 425—443 und deutsche Zusammenfassg. 425 (1950) [Spanisch].

Die Lichtbeugung an einer Halbebene σ eines vollkommen reflektierenden Materials ist bekannt, es ist die berühmte strenge Lösung Sommerfelds. Diese bildet den Ausgangspunkt unseres Verfahrens. Wir überlagern ihr eine Störung derart, daß die neue Lösung den Grenzbedingungen an der benachbarten Fläche σ' mit dem Krümmungsradius ϱ ($2\pi\varrho/\lambda \ll 1$) genügt. Dabei beschränken wir uns auf die Lösung in großer Entfernung (groß gegenüber der Wellenlänge) von der Schneide, was praktisch allein in Frage kommt. Außerdem entwickeln wir, ohne daß es nötig wäre, unsere Formeln nur im Bereich des geometrischen Schattens, d. h. wir setzen die besonders bequeme Beobachtung im Dunkelfeld voraus. (Autoreferat.)

Blanc-Lapierre, André et Marcel Perrot: Diffraction et quantité d'information. C. r. Acad. Sci., Paris **231**, 539—541 (1950).

Es bezeichne $\sigma(\alpha_1, \beta_1)$ bzw. $s(\alpha_2, \beta_2)$ den von den beiden ersten und kleinen Richtungskoeffizienten abhängigen Glanzkoeffizienten eines um $(0, 0, -\infty)$ bzw. $(0, 0, +\infty)$ liegenden Gegenstandes bzw. dessen Bildes bei einer Beugung durch eine in der (x, y)-Ebene um den Anfangspunkt sich befindende Öffnung Ω. Ist dann $i(\alpha_2, \beta_2)$ die Intensitätsverteilung des Bildes von $(0, 0, -\infty)$, dann gilt nach Dufieux (1946) von den entsprechenden Fourierschen Integraltransformierten $S(\xi, \eta) = I(\xi, \eta)\, \Sigma(\xi, \eta)$, wo nur in einem beschränkten, den Anfangspunkt umgebenden Bereich Ω' $I \neq 0$ ist. Verff. zerlegen σ in Wellen $\exp[2\pi i(\xi\alpha + \eta\beta)]$ und interpretieren die angegebene Beziehung nachrichtentechnisch. s ist dann die durch einen linearen Filter mit dem Gewinn I gewonnene Transformierte von σ und die Übertragung entspricht einem Tiefpaßfilter mit dem Durchlaßbereich Ω'.

Unter der Voraussetzung, daß für die Korrektion der Verzerrung der $\mathfrak{L}'$ entsprechenden Wellen die Umwandlung von s durch einen linearen Filter mit dem Gewinn $1/I$ eine vollkommene Lösung bildet — was streng genommen nicht der Fall ist — wird als bestmöglicher Wert für die der Übertragung entsprechende Informationsgröße $A\,L' \log (1 + r_1/\Delta r)$ angegeben. Hier bedeutet nach dem Proportionalitätsfaktor L' die Ausdehnung von $\mathfrak{L}'$, $r_1 = \max \sigma$ und Δr die kleinste beobachtbare Änderung von σ innerhalb $(0, r_1)$. *Szentmártony* (Budapest).

Mirimanov, R. G.: Über eine neue Methode zur Lösung von Problemen der Reflektion elektromagnetischer Wellen von dünnen, nicht-geschlossenen Flächen endlicher Krümmung. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. S. **66**, 641—644 (1949) [Russisch].

Verf. behandelt die Reflexion elektromagnetischer, von einem Quellpunkt (Lichtquelle) ausgehender Wellen an einer beliebig gestalteten Oberfläche eines Körpers, von der vorausgesetzt wird, daß sie eine im Vergleich zur Wellenlänge sowie zu den übrigen Abmessungen der Oberfläche selbst vernachlässigbar kleine Dicke besitzt. Verf. weist darauf hin, daß im Gegensatz zu anderen Arbeiten ähnlicher Zielsetzung von ihm keine besondere Annahme über die Permeabilität (Dielektrizitätskonstante) der reflektierenden Oberfläche gemacht wurde und auch keine Näherungswerte für die Grenzbedingungen eingeführt wurden. *Picht.*

Fragstein, C. v.: Energieübergang an der Grenze zweier absorbierender Medien mit einer Anwendung auf die Wärmestrahlung in absorbierenden Körpern. Ann. Phys,. Leipzig, VI. F. **7**, 63—72 (1950).

Im Anschluß an eine Arbeit von Born und Ladenburg diskutiert Verf. die Verhältnisse bezüglich reflektierter und durchgehender Intensität, wenn eine ebene, linearpolarisierte Welle senkrecht auf die Grenzfläche zweier absorbierender Medien fällt. Während der Betrag der an der Grenzfläche reflektierten Intensität unabhängig davon ist, ob das Licht aus dem ersten oder dem zweiten Medium kommend auf die Grenzfläche fällt, ist dies für die durchgelassene Intensität nicht der Fall. Diese durchgelassenen Intensitäten sind vielmehr proportional zu $1 + k_i^2$, wo i den Wert 1 oder 2 annimmt, je nachdem, ob das Licht aus dem ersten oder zweiten Medium kommend die Trennfläche durchsetzt. Dabei ist k die im komplexen Brechungsindex $n = n \cdot (1 - i\,k)$ auftretende Konstante. Die durch die Grenzfläche hindurchgehenden Intensitäten verhalten sich also wie $(1 + k_1^2) : (1 + k_2^2)$. Dies führt zu dem anscheinend paradoxen Ergebnis, daß beim Übergang von Metall gegen Luft die durch die Grenzfläche hindurchtretende Intensität rund den 20fachen Betrag der auf die Trennfläche auftreffenden (einfallenden) Intensität besitzt. Haben wir es mit einer Metallfolie der Dicke d zu tun, so erfährt das Licht beim Durchsetzen der Folie dreierlei abschwächende Wirkungen: 1. beim Durchtritt durch die Grenzfläche Luft-Metall um den Faktor $\lambda_{1,2}$, 2. beim Durchsetzen der Folie infolge der Absorption um den Faktor $e^{-2\beta}$ mit $\beta = 2\pi\, n_2\, k_2\, d/\lambda$, 3. wird die Intensität beim Durchtritt durch die Grenzfläche Metall-Luft nochmals, und zwar um den Faktor $\delta_{2,1} = \delta_{1,2} \cdot (1 + k_2^2)$ vermindert. Dies stimmt mit experimentellen Ermittlungen überein. Verf. zeigt nun, daß das Energieprinzip dadurch nicht verletzt ist, da bei der Betrachtung des Poyntingschen Vektors $\mathfrak{S}$ unter Berücksichtigung der Tatsache, daß zwischen der einfallenden und der reflektierten Welle infolge ihrer Wechselwirkung zu dem $\overline{\mathfrak{S}}_e$ und dem $\overline{\mathfrak{S}}_r$ noch ein Glied $\overline{\mathfrak{S}}_{e,r}$ hinzukommt, sich ergibt, daß $\overline{\mathfrak{S}}_e - \overline{\mathfrak{S}}_r + \overline{\mathfrak{S}}_{e,r} = \overline{\mathfrak{S}}_d$ ist. Diese Formel wird noch näher physikalisch diskutiert, und zwar unter Berücksichtigung der im absorbierenden Medium stattfindenden Energieumwandlung in Joulesche Wärme, die räumlich periodisch veränderliche Stärke besitzt derart, daß in den Bäuchen der elektrischen Feldstärke pro cm³ und sec mehr Energie verbraucht wird als in den Schwingungsknoten. Zum Schluß geht Verf. noch auf eine ältere Arbeit v. Laues ein [Ann. Phys., Leipzig, IV. F. **32**, 1090 (1910)], in der das Kirchhoffsche Gesetz auf den Fall absorbierender Medien erweitert wurde, und bringt an der v. Laueschen Formel eine Korrektur an. *Picht* (Babelsberg).

Abelès, Florin: Recherches sur la propagation des ondes électromagnétiques sinusoïdales dans les milieux stratifiés. Application aux couches minces. Ann. Phys., Paris, XII. S. **5**, 596—640 (1950).

Der Verf. leitet unter der Annahme, daß die Schichtung in der Richtung der z-Achse erfolgt, aus den Maxwellschen Grundgleichungen die Gleichungen ab (E Kom-

ponenten der elektrischen, H der magnetischen Kraft, $\varepsilon' = d\varepsilon/dz$, $\mu' = d\mu/dz$)

$$\Delta E_x - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = \frac{\mu'}{\mu}\frac{\partial E_x}{\partial z} - \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} + \frac{\mu'}{\mu}\right)\frac{\partial E_z}{\partial x},\quad \Delta E_y - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = \frac{\mu'}{\mu}\frac{\partial E_y}{\partial z} - \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} + \frac{\mu'}{\mu}\right)\frac{\partial E_z}{\partial y},$$

$$\Delta E_z - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}E_z\right),$$

entsprechend für H_x, H_y, H_z, unter Vertauschung von ε und μ. Für eine Welle von Sinusform ist $\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\frac{\omega^2}{c^2}E$, oder auch $-k^2 E$, wo $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. — Indem die YZ-Ebene als Einfallsebene angesehen wird, wird eine linear polarisierte Welle (1) betrachtet, wo das elektrische und eine andere (2), wo das magnetische Feld zur Einfallsebene senkrecht steht. Für (1) ist $E_y = E_z = H_x = 0$, E_x, H_y, H_z hängen nicht von x ab. Verf. gelangt zu den Gleichungen:

$$E_x = U(z)\, e^{i(\omega t - kSy)},\quad H_y = V(z)\, e^{i(\omega t - kSy)},\quad H_z = W(z)\, e^{i(\omega t - kSy)}.$$

Hier ist $S = \sqrt{\varepsilon\mu}\sin\varphi$, für einen Strahl konstant (Brechungsgesetz), ferner ist $W = -S\,U/\mu$, für U und V bestehen die Differentialgleichungen

$$U' = -ik\mu\, V,\quad V' = -ik\,(\varepsilon^2 - S^2/\mu)\,U,$$

$$\frac{d^2U}{dz^2} - \frac{d\lg\mu}{dz}\frac{dU}{dz} + k^2(\varepsilon\mu - S^2)\,U = 0,\quad \frac{d^2V}{dz^2} - \frac{d\lg(\varepsilon - S^2/\mu)}{dz}\cdot\frac{dV}{dz} + k^2(\varepsilon\mu - S^2)\,V = 0.$$

Für (2) gelten entsprechende Gleichungen. — Aus zwei bekannten Lösungen sind weitere durch lineare Kombinationen abzuleiten. — Sind f, F Lösungen für U; g,G für V, wobei $f(0) = G(0) = 0$; $g(0) = F(0) = 1$; so bekommt man Lösungen mit $U(0) = U_0$, $V(0) = V_0$

$$U = F\,U_0 + f\,V_0,\quad V = G\,U_0 + g\,V_0,$$

in Matrizenform $\begin{vmatrix} U(z) \\ V(z) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F(z) & f(z) \\ G(z) & g(z) \end{vmatrix}\begin{vmatrix} U_0 \\ V_0 \end{vmatrix};\quad \begin{vmatrix} U_0 \\ V_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} g(z) & -f(z) \\ -G(z) & F(z) \end{vmatrix}\begin{vmatrix} U(z) \\ V(z) \end{vmatrix}.$

Die Ergebnisse werden auf Mittel mit plötzlichen und mit stetigen Änderungen angewandt. Es werden für jeden Fall f, F, g, G festgelegt. Ein besonderer Fall ist der zweier Mittel mit festem ε, μ, wo jedenfalls eine Übergangsschicht besteht. Für die Optik ist $\mu = 1$ zu setzen. Verf. nimmt die Dicke der Schicht klein gegen λ an und entwickelt die Funktionen nach Potenzen von $2\pi/\lambda$. Er leitet das Reflexions- und Durchgangsverhältnis der Schichten ab und zeigt, daß insbesondere für den Brewsterschen Winkel die Reflexion der Welle (2) nicht ganz verschwindet. In den Formeln S. 616 für $\varepsilon_{||}$ und $\operatorname{tg}\psi_{||}$ ist statt $\cos\varphi_0$ wohl zu setzen $1/\sqrt{\varepsilon_0}\cos\varphi_0$. Den Schluß des Aufsatzes bilden die Ableitung einiger allgemeiner Sätze und die Zusammenstellung von Abhandlungen, die Sonderfälle betrafen, z. T. aus dem 19. Jahrhundert, z. T. aus jüngster Zeit (z. B. von F. Abelès, A. Herpin, S. A. Schelkunoff). *H. Boegehold* (Jena).

Cotton, P.: Étude graphique des propriétés optiques théoriques des lames minces. (Colloque sur les propriétés optiques des lames minces, Marseille 1949.) J. Phys. Radium **11**, 321—326 (1950).

Die für eine dünne Schicht der Dicke d_1 vom komplexen Brechungsindex $n_1 = \nu_1 - i\,k_1$, die sich zwischen zwei Medien mit den Brechungsindizes n_0 und n_2 befindet, geltenden Formeln für die Fresnelschen Reflexions- und Durchlässigkeitskoeffizienten senkrecht einfallenden Lichtes $\vec{r}$, $\overset{\leftarrow}{r}$ und t werden auf die Form gebracht

$$\vec{r} = r_1\frac{\alpha - e^{2ip}}{\beta - e^{2ip}},\quad \overset{\leftarrow}{r} = -r_2\frac{\alpha' - e^{2ip}}{\beta - e^{2ip}},\quad t = \frac{u\,e^{ip}\,e^{2\pi i n_2 d_1/\lambda}}{\beta - e^{2ip}},\ \text{worin}$$

$$r_1 = \varrho_1 e^{i\varphi_1} = \frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1},\quad r_2 = \varrho_2 e^{i\varphi_2} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2},\quad \alpha = -\frac{r_2}{r_1},\ \alpha' = -\frac{r_1}{r_2},$$

$\beta = -r_1 r_2$ und $u = -(1 + r_1)(1 + r_2)$ sowie $p = 2\pi n_1 d_1/\lambda$ ist. Es wird eine graphische Konstruktion angeben, die bei variabler Dicke d_1 der Schicht eine log-

arithmische Spirale liefert, die es gestattet, in verhältnismäßig kurzer Zeit — Verf. gibt 4 Std. dafür an — die Kurven für die Reflexionsvermögen $R = |\underrightarrow{r}|^2$, $R' = |\underleftarrow{r}|^2$ und für die Durchlässigkeit $T = |t|^2$ sowie für die zugehörigen Phasendifferenzen durch Festlegung von etwa 30 Kurvenpunkten zu bestimmen. Im einzelnen werden noch die Betrachtungen für die Indikatrix des Verhältnisses R für eine durchsichtige Schicht untersucht. Es wird gezeigt, daß sie für eine nicht absorbierende Schicht ein Kreis ist. Auch auf nicht senkrechten Einfall des Lichtes sowie auf eine Doppelschicht werden die Untersuchungen ausgedehnt. *Picht* (Babelsberg).

Dufour, Ch.: Application aux couches minces de la théorie de l'étalon interférentiel par réflexion. (Colloque sur les propriétés optiques des lames minces, Marseille 1949.) J. Phys. Radium **11**, 327—332 (1950).

Verf. betrachtet zunächst den Ausdruck für die Intensitätsverteilung bei Interferenzen an einer planparallelen Luftschicht, begrenzt einerseits von einer ebenen Spiegelfläche, andererseits von einer planparallelen Glasplatte, die auf einer die Luftschicht begrenzenden Fläche eine planparallele teildurchlässige Spiegelschicht trägt. Diesen Ausdruck schreibt er in der Form

$$I(\varphi') = \left| r' e^{(\alpha+\alpha'-2\beta)} + \frac{t^2}{r} e^{i\pi} + \frac{t^2}{r} \frac{1}{1 - r\varrho e^{i\varphi'}} \right|^2 \quad \text{mit} \quad \varphi' = 2\varphi + \psi + \alpha,$$

worin r, α Amplitudenfaktor bzw. Phasensprung bei Reflexion an einer Fläche Luft gegen Metall, r', α' die entsprechenden Größen bei Reflexion an Glas gegen Metall, t, β die entsprechenden Größen beim Durchgang durch die Grenzfläche Luft gegen Metall, ϱ, ψ die entsprechenden Größen für die Reflexion an der zweiten Spiegelfläche. Verf. gibt eine graphische Konstruktion an, die es gestatten soll, schnell die Verhältnisse zu übersehen, insbesondere also die Intensitätsverteilung in den Interferenzlinien zu bestimmen. — [Die Konstruktion der Fig. 2 der Arbeit scheint dem Ref. falsch zu sein. Man erhält nach der vom Verf. angegebenen Konstruktion für ON nicht $\frac{t^2}{r} \frac{1}{1 - r\varrho e^{i\varphi'}}$, sondern $\frac{t^2}{r} \frac{1}{1 + r\varrho e^{i\varphi'}}$. Es muß also nicht $\sphericalangle(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{O'M}) = -\varphi'$, sondern $= -(\varphi' + \pi)$ angetragen werden.] Da in vielen Fällen die Werte des komplexen Brechungsindex der Schicht in Abhängigkeit von den Wellenlängen nicht genau bekannt sind, benutzt Verf. die Methode, um beispielsweise bei dünnen Schichten, die den Zweck haben, für bestimmte Wellenlängen eine Reflexionsverminderung zu erzielen, also beim Durchgang des Lichtes durch als Filter wirkende Mehrfachschichten, für die Restintensität die Grenzwerte zu ermitteln, zwischen denen jene Restintensität liegt. *Picht* (Babelsberg).

Blaisse, B. S.: L'admittance optique des couches homogènes et hétérogènes. (Colloque sur les propriétés optiques des lames minces, Marseille 1949.) J. Phys. Radium **11**, 315—320 (1950).

Entwicklung einer Methode, die Reflexion an einer dünnen, aus mehreren verschiedenen homogenen oder heterogenen Schichten zusammengesetzten Platte zu bestimmen. Hierzu ist Einführung der „Optischen Impedanz" Z_{opt} bzw. „Admittanz" $Y_{opt} = 1/Z_{opt}$ vorteilhaft, wobei Z_{opt} das Verhältnis der Tangentialkomponenten von $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$, also so definiert ist, daß Z_{opt} stetig veränderlich ist, auch wenn die Brechungsindizes durch die Schicht hindurch sich unstetig verändern. — Berechnung der Admittanz und der Reflexion einer ebenen Fläche, die von einer oder mehreren homogenen oder heterogenen Schichten bedeckt ist, und zwar für zur Einfallsebene senkrechte bzw. parallele Polarisation der einfallenden Welle. Mit der optischen Admittanz $Y_{opt} = Y = H_t/E_t$ ergibt sich für das Amplitudenverhältnis $\varrho = E'_p/E_p$ der zur Trennungsfläche parallelen Komponenten von $\mathfrak{E}$ im zweiten und ersten Medium die Beziehung $\varrho = (\eta - Y)/(\eta + Y)$, worin η die „charakteristische" Admittanz des Mediums ist und die Werte $\eta_{\parallel} = n/\cos\theta$ und $\eta_{\perp} = n \cdot \cos\theta$ für zur Einfallsebene paralleles bzw. senkrechtes $\mathfrak{E}$ hat, wenn θ der Einfallswinkel und n der Brechungsindex des Mediums ist. Mit $k_x = k\cos\theta$; $k_y = k \sin\theta$ ergibt sich — in Matrizenform geschrieben — die Beziehung

$$\begin{pmatrix} E_{t_0} \\ H_{t_0} \end{pmatrix} = \begin{Vmatrix} \cos k_x l & i\dfrac{\sin k_x l}{\eta} \\ i\eta \sin k_x l & \cos k_x l \end{Vmatrix} \times \begin{pmatrix} E_{tl} \\ H_{tl} \end{pmatrix},$$

die auch der Ausbreitung einer elektrischen Welle in einem Draht entspricht, so daß die Schicht der Dicke l sich wie ein symmetrischer Quadrupol verhält. Hieraus läßt sich die Admittanz der Ebene $x = 0$ durch die Admittanz der Ebene $x = l$ berechnen. — Anschließend Aufstellung der Differentialgleichung für die Admittanz Y und für die Koeffizienten der Matrix, indem man die äußere Oberfläche des dünnen Plättchens mit einer dünnen Schicht der Dicke dl bedeckt. — Anwendung der Differentialgleichung der Admittanz bzw. der reduzierten Admittanz $Y_{\mathrm{red}} = Y_{\mathrm{opt}}/\eta$ für den Fall, daß der Differentialquotient $d \ln \eta/dq$ konstant ist, wo $dq = k_x\, dl = k \cdot \cos\theta\, dl$. Dieser Fall liegt vor, wenn das Reziproke des Brechungsindex sich linear mit der Dicke der Schicht ändert. — Diskussion einer von Schuster und Hohberg angegebenen graphischen Methode zur Berechnung der Admittanz. — Anwendung dieser Methode auf zwei Beispiele: 1. Für eine auf ein Glasplättchen aufgebrachte heterogene Schicht, deren Brechungsindex zwischen dem des Glases (1,52) und dem Wert 1 variiert; 2. für den Fall, daß die Glasplatte von einer heterogenen Schicht und darüber noch von einer homogenen Schicht bedeckt ist, deren Dicke die Hälfte der der heterogenen Schicht ist. Vom Standpunkt der Reflexionsverminderung ist die Benutzung einer solchen heterogenen Zwischenschicht vorteilhafter als die Benutzung zweier homogener Schichten. *Picht* (Babelsberg).

Malé, D.: Étude graphique des propriétés optiques des lames métalliques minces. (Colloque sur les propriétés optiques des lames minces, Marseille 1949.) J. Phys. Radium **11**, 332—336 (1950).

Ausgehend von den Ergebnissen, die sich aus der Anwendung der elektromagnetischen Lichttheorie und ihrer Grenzbedingungen für die Interferenzerscheinungen an einer auf ein durchsichtiges Medium als Unterlage aufgebrachten absorbierenden Schicht ergeben, entwickelt Verf. ein aus 2 Scharen orthogonaler Kreise bestehendes Nomogramm zur Bestimmung der komplexen Reflexionskoeffizienten an den Grenzflächen (vgl. vorstehendes Referat). Mit Hilfe dieses Nomogramms läßt sich eine logarithmische Spirale bestimmen, aus der sich in einfacher Weise die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten sowie die Phasenänderungen bei der Reflexion an der Trennfläche zwischen dem durchsichtigen und dem absorbierenden Medium ableiten lassen. Insbesondere gestattet das Nomogramm, verhältnismäßig schnell den Verlauf der Kurven — in Abhängigkeit von der Dicke der absorbierenden Schicht — jener Größen sowie ihre Maxima und Minima zu bestimmen. Dies wird für verschiedene komplexe Brechungsindizes $n = \nu - i\,k$ der absorbierenden Schicht gezeigt. Es werden die so ermittelten zugehörigen Kurven wiedergegeben und näher diskutiert. *Picht* (Babelsberg).

Scandone, F.: Théorie de la transmission et de la réflexion dans les systèmes de couches minces multiples. (Colloque sur les propriétés optiques des lames minces, Marseille 1949.) J. Phys. Radium **11**, 337—341 (1950).

Es werden zunächst mehrere einander überlagerte dünne planparallele, nicht absorbierende Schichten von verschiedenem Brechungsindex betrachtet, auf die senkrecht zu den Trennungsebenen eine Lichtwelle trifft. Es werden die für die einzelnen Grenzflächen geltenden, aus den Maxwellschen Grenzbedingungen folgenden Beziehungen für die elektrischen Feldstärken E_ν^+, E_ν^-, $E_{\nu-1}^+$, $E_{\nu-1}^-$, sowie für die sich von ihnen durch den Brechungsindex als Faktor unterscheidenden magnetischen Feldstärken angesetzt, wobei sich der untere Index auf die in der ν-ten Grenzfläche zusammenstoßenden Medien $\nu - 1$ bzw. ν, das obere Indexzeichen $^+$ bzw. $^-$ auf die Richtung der Wellen in bzw. entgegengesetzt der einfallenden Welle beziehen. Aus den so erhaltenen beiden Gleichungen lassen sich durch Elimination von E_ν^+ bzw. E_ν^- die Größen E_ν^- bzw. E_ν^+ als Funktion der $E_{\nu-1}^+$ und $E_{\nu-1}^-$ und der Brechungsindizes n_ν und $n_{\nu-1}$ ausrechnen. Die Gleichungen lassen sich in Matrizenform vereinfacht darstellen. In diesem Falle der nicht absorbierenden Schichten handelt es sich um hermitesche Matrizen. Ihr Wert ergibt sich gleich dem Verhältnis der Brechungsindizes $n_{\nu-1}/n_\nu$. Durch Elimination der Zwischenwerte $E_\nu^\pm$, $E_{\nu-1}^\pm$ ergibt sich bei k paarweise aneinandergrenzenden, nicht absorbierenden Medien

$$\begin{pmatrix} E_k^+ \\ E_k^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix},$$

wo die c-Matrix das Produkt der für die ν-ten Grenzflächen geltenden Einzelmatrizen ist, nämlich

$$\Pi \begin{pmatrix} a_\nu & b_\nu e^{2i\alpha_\nu} \\ b_\nu e^{2i\alpha_\nu} & a_\nu \end{pmatrix}, \text{ wo } a_\nu = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{n_{\nu-1}}{n_\nu}\right) \text{ und } b_\nu = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{n_{\nu-1}}{n_\nu}\right)$$

und α_ν die Phase des durchgehenden Lichtes an der ν-ten Grenzfläche ist. Daraus ergeben sich leicht die Werte der Fresnelschen Reflexions- und Durchlässigkeitskoeffizienten r_k und t_k. Es

folgt Anwendung der Formeln auf eine bzw. zwei bzw. drei derartige Schichten, sowie Angabe, wie die Ergebnisse graphisch diskutiert bzw. errechnet werden können. — Sodann folgt Verallgemeinerung auf den Fall schiefen Einfalls des Lichtes. Hierfür Zerlegung des einfallenden Lichtvektors in zur Einfallsebene parallele und senkrechte Komponente. Ferner Verallgemeinerung auf den Fall absorbierender Medien mit komplexem Brechungsindex und kurze Diskussion der hierbei zu beachtenden Bedingungen. Endlich Anwendung der Formeln auf in einer Richtung inhomogene Medien, die als unendlich viele, unendlich dünne planparallele Schichten mit verschiedenem Brechungsindex betrachtet werden können. Es wird gezeigt, daß sich in diesem Falle die Elemente der Matrizen als Integrale darstellen lassen, die sich durch Reihenentwicklung, in denen die höheren Glieder vernachlässigbar gegenüber dem ersten Glied sind, weiter vereinfachen lassen. *Picht* (Babelsberg).

Vasicek, Antonin: Sur la réflexion de la lumière sur des verres supportant des couches minces multiples. (Colloque sur les propriétés optiques des lames minces, Marseille 1949.) J. Phys. Radium **11**, 342—345 (1950).

Rouard hatte [Ann. Phys., Paris **7**, 291—384 (1937)] die Frage der Reflexion des Lichtes an Gläsern, die mehrere (k) dünne Schichten tragen, also $k+1$ Trennflächen besitzen, schrittweise in der Art behandelt, daß er, von der letzten Schicht ausgehend, die resultierende (komplexe) Amplitude $r_k\, e^{i\delta_k}$ durch die Fresnelschen Reflexionskoeffizienten $r^{(k)}$ und $r^{(k+1)}$ der k-ten und $(k+1)$-ten Trennfläche und durch den zwischen ihnen liegenden Lichtweg x_k durch die Beziehung $r_k\, e^{i\delta_k} = \dfrac{r^{(k)} + r^{(k+1)}\, e^{-i x_k}}{1 + r^{(k)}\, r^{(k+1)}\, e^{-i x_k}}$ ausdrückt und diesen Ausdruck in die analoge Gleichung für $r_{k-1}\, e^{i\delta_{k-1}}$ für $r^{(k)}$ einsetzt und so — rückwärts schreitend — allmählich zu $r_1\, e^{i\delta_1}$ gelangt. Verf. hatte [J. optical Soc. Amer. **37**, 623 (1947)] den entgegengesetzten Weg durchgeführt, den er noch einmal in der vorliegenden Arbeit angibt. Hierbei benötigt er aber bei jedem einzelnen Schritt die Einführung eines Hilfswinkels ε_{k-1}, so daß Verf. selbst die Methode von Rouard für einfacher hält. Für gewisse Fälle, insbesondere für in einer Richtung inhomogene Medien, die er aus k homogenen Schichten mit den Wegdifferenzen $x_\lambda = 2\, n_\lambda\, d_\lambda$ (mit $\lambda = 1, 2, \ldots, k$) zusammengesetzt denkt, hält er seine Methode für sehr nützlich, was er zahlenmäßig an einem Beispiel, bei dem er Unterteilung der inhomogenen Schicht in 1, 2, 5 bzw. 10 homogene Schichten vornimmt, nachzuweisen versucht. *Picht* (Babelsberg).

Vasicek, Antonin: Méthode polarimétrique pour l'étude de l'hétérogénéité d'une couche mince sur support de verre. (Colloque sur les propriétés optiques des lames minces, Marseille 1949.) J. Phys. Radium **11**, 346—349 (1950).

Für eine auf Glas aufgebrachte homogene dünne Schicht der Wegdifferenz $\lambda, 2\lambda, 3\lambda, \ldots$ gilt bei senkrechtem Einfall für das Reflexionsvermögen bekanntlich $\varrho = \left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^2$, entsprechend der Formel für die Reflexion an einer einzigen Glasfläche. Ist die Schicht dagegen inhomogen, so gilt unter sonst gleichen Voraussetzungen über die Wegdifferenz der an Vorder- und Rückfläche reflektierten Anteile: $\varrho' = \left(\dfrac{n-q}{n+q}\right)^2$, wobei $q \gtrless 1$ die Inhomogenität der Schicht anzeigt und mißt. Auch bei nicht senkrechtem Einfall besteht — wie Verf. zeigt — eine ähnliche Verschiedenheit. Bestimmt man dasjenige Azimut ψ (in den Grenzfällen, für die die Wegdifferenren — s. o. — die Werte $\lambda, 2\lambda, 3\lambda, \ldots$ besitzen) der Polarisationsebene des linear polarisiert einfallenden Lichtes gegen die Einfallsebene, für das das im allgemeinen elliptisch polarisiert reflektierte Licht wieder linear polarisiert ist, so läßt sich daraus — wie Verf. mathematisch näher zeigt — die Stärke der Inhomogenität der Schicht angeben, da ψ eine Funktion von $\Delta n = n_{\mathrm{Sch,L}} - n_{\mathrm{Sch,Gl}}$ ist, wo $n_{\mathrm{Sch,L}}$ der Brechungsindex der Schicht gegen Luft und $n_{\mathrm{Sch,Gl}}$ der Brechungsindex gegen Glas bedeutet. [Das oben angegebene q ist gleich $n_{\mathrm{Sch,Gl}}/n_{\mathrm{Sch,L}}$.] *Picht.*

● **Luneburg, R. K.: Mathematical analysis of binocular vision.** Princeton University Press 1947. VI, 104 p., $ 2,50.

Wolter, Hans: Physikalische Begründung eines Farbenkreises und Ansätze zu einer physikalischen Farbenlehre. Ann. Phys., Leipzig, VI. F. 8, 11—29 (1950).

Verf. versucht, eine physikalische Begründung eines Farbenkreises zu geben, die sich mathematisch einwandfrei formulieren läßt. Zu diesem Zweck definiert er eine Farbe durch eine stückweise stetige, stückweise monotone Funktion $f(\nu) \geq 0$ der als monotone stetige Funktion der Wellenlänge λ anzusehenden Grundvariablen ν, wo das $\nu(\lambda)$ nicht unbedingt die Frequenz zu sein braucht. Als weitere grundlegende Definition wird die Gleichheit zweier Farben, die Additionsmischung mehrerer Farben sowie die multiplikative Mischung zweier Farben formelmäßig angegeben. Weiter beschäftigt sich Verf. mit der mathematischen Formulierung der Forderungen, die an einen physikalischen Farbenkreis und an einen Normalfarbenkreis zu stellen sind, wobei die durch additive Mischung aus Farben des Normalfarbenkreises entstehenden Farben als Normalfarben bezeichnet werden. Bezeichnet man $F(\nu - \mu)$ als physikalischen Farbenkreis, so soll $F(x)$ stückweise stetig und stückweise monoton sein, an jedem Argument einen rechtsseitigen und einen linksseitigen Limes besitzen, wobei deren arithmetisches Mittel gleich dem Funktionswert ist, ferner $0 \leq F(x) \leq 1$ sowie $F(x + g) = F(x)$, die Funktion also eine Periodizität besitzen, wobei über g noch verfügt werden kann. Ferner soll es zu jeder Funktion $\varrho(\mu)$ mit $\varrho(\mu) \geq 0$ und $\int \varrho(\mu)\, d\mu = 1$ — wo $\varrho(\mu)$ eine Gewichtsfunktion ist — ein $A_\varrho \geq 0$, ein $B_\varrho \geq 0$ und ein reelles μ_ϱ geben, derart, daß $\int \varrho(\mu)\, F(\nu - \mu)\, d\mu = A_\varrho + B_\varrho \cdot F(\nu - \mu_\varrho)$ ist. Verf. zeigt dann, daß eine Funktion, die diesen Forderungen entspricht, durch Superposition trigonometrischer Funktionen dargestellt werden kann. Er gibt weiter Definitionen, die sich auf Proportionalklassen, reduzierte Normalfarben sowie geometrische Veranschaulichung der Normalfarben beziehen, definiert sodann „Äquivalenzklassen", in die sich die Normalfarben einordnen lassen, wobei sich die Äquivalenzproportionalklasse im Farbendreieck als eine Ellipse darstellen läßt. Anschließend geht er auf die experimentelle Realisierung von Normalfarbenkreisen ein, weist sodann darauf hin, daß über die Grundvariable $\nu(\lambda)$ noch in verhältnismäßig weiten Grenzen verfügt werden kann. Hierbei bespricht er die Möglichkeiten der „Temperatursysteme", der „Systeme zu vorgegebenem Beleuchtungsspektrum" und das „Normalfarbensystem gleicher physiologischer Helligkeiten", für die er die Funktionen $F(\lambda)$ angibt. Es folgt die mathematische Darstellung jeder vorgegebenen Farbe mittels Normalfarben sowie die Messung von Normalfarben. *Picht* (Babelsberg).

Svartholm, Nils: The focusing properties of inhomogeneous magnetic sector fields. Ark. Fys., Stockholm **2**, Nr. 14, 115—118 (1950).

Die vom Ref. zuerst angegebenen und von R. Wallauschek in seiner Dissertation [Z. Phys., Berlin **117**, 569 (1941)] veröffentlichten Formeln für den radialen und axialen Fokussierungswinkel

$$\Phi_r = \pi\,[1 + r_0\, H'\,(r_0)/H\,(r_0)]^{-\frac{1}{2}} \quad \text{und} \quad \Phi_z = \pi\,[r_0\, H'\,(r_0)/H\,(r_0)]^{-\frac{1}{2}}$$

in einem inhomogenen Magnetfeld $H\,(r)$ werden in der für das homogene Sektorfeld geläufigen Weise auf die Fokussierung in derartigen inhomogenen Feldern ausgedehnt. (Die Arbeit von R. Wallauschek wird nicht zitiert. Ref.) *W. Glaser.*

Svartholm, Nils: Velocity and two-directional focusing of charged particles in crossed electric and magnetic fields. I. Ark. Fys., Stockholm **2**, Nr. 20, 195—207 (1950).

Bereits im Jahre 1936 hat R. Wallauschek in seiner Prager Dissertation die Fokussierung von Elektronenbahnen längs eines zur Feldachse symmetrisch liegenden Kreises in einem rotationssymmetrischen elektrisch-magnetischen Feld allgemein behandelt. Wesentliche Ergebnisse daraus wurden in Z. Phys., Berlin **177**, 569 (1941) veröffentlicht. In dieser Arbeit wird gezeigt, daß Elektronenbahnen, welche unter verschiedenen Neigungswinkeln zum Hauptkreis in einer achsensenkrechten Ebene ausgehen, nach einem Winkel Φ_r wieder auf dem Hauptkreis fokussiert werden können, während Bahnen, welche tangential zur Zylinderfläche durch den Hauptkreis vom gleichen Punkt ausgehen, nach einem Winkel Φ_z fokussiert werden. Die Bedingungen für die Existenz dieser Fokussierungen und Formeln für die beiden Fokussierungswinkel Φ_r und Φ_z (für „r- und z-geneigte" Elektronenbahnen) werden angegeben. Ferner werden von Wallauschek die Bedingungen für eine „Richtungsdoppelfokussierung", d. h. für $\Phi_r = \Phi_z$, veröffentlicht und gezeigt, daß sie für bestimmte Feldanordnungen verwirklicht werden können. Verf. gibt nun eine genauere Untersuchung der erwähnten Fokussierung. Es wird der

chromatische Fehler bestimmt und die Bedingung dafür, daß die lineare Dispersion verschwindet. Ferner wird der Öffnungsfehler berechnet. Es zeigt sich, daß für eine bestimmte Feldkombination der chromatische Fehler erster Ordnung und der Öffnungsfehler zweiter Ordnung zum Verschwinden gebracht werden kann. [Obwohl die Arbeit ein ausführliches Literaturverzeichnis enthält, ist doch die angeführte Dissertation vom E. Wallauschek, welche den grundlegenden Ansatz und die grundlegenden Fokussierungsformeln enthält und die dem Verf. bekannt ist, nicht erwähnt. Vgl. hierzu auch die Arbeit des Ref., Österreich. Ingenieur Arch. 4. Heft 5, 354 (1950). Ref.] *W. Glaser* (Wien).

Sturrock, P. A.: Note on the focusing of electron beams in certain magnetic fields. Proc. phys. Soc., London, Sect. B **63**, 954—957 (1950).

Ein Magnetfeld, dessen Feldstärke senkrecht auf einer Ebene steht, besitzt eine in dieser Ebene liegende Elektronenbahn, die als Hauptstrahl eines Elektronenbündels gewählt werden kann. Verf. befaßt sich mit der Abbildung durch ein derartiges Bündel. [Sie ist ein Spezialfall der von M. Cotte, Ann. Phys., Paris, XI. S. **10**, 333—405 (1938) und G. Wendt, Z. Phys., Berlin **120**, 720—740 (1941); dies. Zbl. **28**, 132 untersuchten Abbildungen, der insbesondere von P. Hubert, C. r. Acad. Sci., Paris **228**, 302—304 (1940) betrachtet wird. Ref.] *W. Glaser* (Wien).

Relativitätstheorie:

Laue, M. v.: Zur Minkowskischen Elektrodynamik der bewegten Körper. Z. Phys., Berlin **128**, 387—394 (1950).

Il est montré, sur l'exemple important de l'onde plane monochromatique, que dans l'électromagnétisme des milieux polarisés, la véritable forme du tenseur de Maxwell est la forme asymétrique de Minkowski, et non pas la forme artificiellement symétrisée d'Abraham. Contrairement à un postulat adopté par Planck, il faut alors distinguer la densité de courant d'énergie de la densité d'impulsion; la première peut être mise en relation avec un quadrivecteur de rayonnement, du genre temps, qui serait colinéaire à la quadrivitesse de corpuscules qu'on pourrait associer à l'onde, et la seconde avec un quadrivecteur d'impulsion, qui est du genre espace; dans chaque système de référence l'impulsion de l'onde plane se trouve être normale aux plans d'onde. — L'A. indique la connexion entre ces idées et celles d'un récent mémoire de Schubert relatif à la supraconduction. — Pour l'analyste, ce n'est pas un mince sujet de satisfaction que de voir l'entière concordance des idées par lui soutenues dans plusieurs travaux, avec celles du très éminent auteur de l'article qui vient d'être analysé. *Costa de Beauregard* (Paris).

Schlomka, Teodor: Zur Berechnung des elektromagnetischen Feldes bewegter Körper. Ann. Phys., Leipzig, VI. F. **7**, 228—239 (1950).

L'A. donne trois méthodes nouvelles pour le calcul du champ électromagnétique dans un corps indéfini en translation et montre leur équivalence avec deux méthodes déjà connues. Il traite ensuite le problème de plusieurs corps finis animés de mouvements de translation relatifs, celui d'un corps en rotation, et celui d'un corps animé d'un mouvement quelconque. — Le fait de se placer constamment au point de vue relativiste, d'utiliser systématiquement la transformation de Lorentz la plus générale et la relation la plus générale entre les champs et les inductions, loin de compliquer les calcules, leur donne beaucoup de généralité et d'élégance.

Costa de Beauregard (Paris).

Janković, Zlatko: Le principe variationnel de la théorie de la relativité restreinte. Periodicum math.-phys. astron., Zagreb, II. S. **5**, 12—19 und französ. Zusammenfassg. 19—20 (1950) [Kroatisch].

Broglie, L. de: Le principe de l'inertie de l'énergie et la notion d'énergie potentielle. C. r. Acad. Sci., Paris **225**, 163—165 (1947).

Lampariello, G.: Intorno alle idee generali della fisica Einsteiniana. Mat., Catania **5**, 15—31 (1950).

Kurze Darstellung der historischen Entwicklung und des Inhalts der speziellen Relativitätstheorie. *Heckmann* (Hamburg-Bergedorf).

Schild, Alfred: Discrete space-time and integral Lorentz transformations. Canadian J. Math. **1**, 29—47 (1949).

Ausführliche Darstellung einer bereits früher (dies. Zbl. **34**, 276) referierten Arbeit. Verf. fügt hinzu, daß die Bewegung eines Teilchens nicht nur durch eine zeitartige „ganze" Weltlinie mit einer Minimalgeschwindigkeit von 0,866 der Lichtgeschwindigkeit, sondern auch durch eine „ganze" Null-Linie gegeben sein könnte; in diesem Falle wäre die Geschwindigkeit des Teilchens in jedem Augenblick gleich der des Lichtes, im Mittel aber beliebig klein, ähnlich wie bei der Schrödingerschen Zitterbewegung des Diracschen Elektrons. *Urich* (Berlin).

Keberle, Edouard et André Mercier: Comportement relativiste des systèmes avec ou sans self-contrainte. Arch. Sci., Genève **3**, 235—241 (1950).

Verff. diskutieren an Hand von einigen Beispielen die Lorentztransformationsformeln für verschiedene Systeme ohne und mit irgendwelchen Bindungen, die letzten Endes in ihren Unterschieden wohl darauf hinauslaufen, daß es in letzterem Fall ein ausgezeichnetes Koordinatensystem gibt, in ersterem Fall nicht. Als Beispiele für den ersten Fall werden u. a. das freie Teilchen oder die laufende Welle, als Beispiele für den zweiten Fall der Oszillator oder die stehende Welle betrachtet. *F. Sauter* (Göttingen).

Keberle, Edouard: Approximation galiléenne de l'attribution relativiste onde-corpuscule. Arch. Sci., Genève **3**, 242—246 (1950).

Verf. diskutiert die Ursachen, weshalb die in der speziellen Relativitätstheorie bestehende Analogie zwischen Impuls-Energie-Vektor für ein Teilchen und Ausbreitungs-Frequenz-Vektor für eine Lichtwelle zu bestehen aufhört, wenn man von der Lorentztransformation zur Galileitransformation übergeht. *F. Sauter.*

Berenda, Carlton W.: Notes on the Wheeler-Feynman theory. Phys. Rev., Lancaster Pa., II. S. **71**, 550 (1947).

Verf. gibt einige Hinweise, daß man den Gedanken von Wheeler und Feynman, ohne Absorber gäbe es keine retardierten, nur symmetrisierte Potentiale, auf die Gravitationstheorie übertragen solle. *Bopp* (München).

Milne, E. A.: Star-streaming and the stability of spiral orbits in spiral nebulae. I. Motion round a point-nucleus. Monthly Not. astron. Soc., London **108**, 309—315 (1948).

Das Analogon zu der Kreisbahn eines Massenpunktes im Felde einer Zentralmasse in der Newtonschen Gravitationstheorie ist in der Milneschen „kinematischen" Gravitationstheorie ein spiralförmige Bahn. Verf. zeigt, daß solche Spiralbahnen unter analogen Bedingungen stabil sind wie die Newtonschen Kreisbahnen und daß die im Sternsystem beobachtete „ellipsoidische" Geschwindigkeitsverteilung zurückgeführt werden kann auf kleine Abweichungen der Sterne von Spiralbahnen. Das Gravitationsfeld eines Sternsystems wird approximiert durch das einer Zentralmasse. *Fricke* (Hamburg).

Milne, E. A.: Star-streaming and the stability of spiral orbits in spiral nebulae. II. Motion in an extended distribution of matter. Monthly Not. astron. Soc., London **108**, 316—323 (1948).

Die spiralförmigen Bewegungen der Sterne im Rahmen der Milneschen „kinematischen" Gravitationstheorie führen zu einer zeitabhängigen Massenverteilung im Sternsystem. Unter Berücksichtigung dieser Zeitabhängigkeit werden die im ersten Teil der Arbeit (s. vorsteh. Referat) gefundenen Ergebnisse verallgemeinert. *Fricke* (Hamburg).