Werk

Titel: Grundlagenfragen. Philosophie. Logik

Jahr: 1949

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?245319514_0030|log5

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

Taton, René: Une correspondance mathématique inédite de Monge. Rev. sci., Paris **85**, 963—989 (1947).

Es handelt sich um 5 Briefe, die Monge (1746—1818), damals noch gänzlich unbekannt, an Pariser Akademiker gerichtet hat. Der erste Brief vom 3. 1. 1771 an d'Alembert handelt vom Variationsproblem an Doppelintegralen; Monge geht aus von der Eulerschen Darstellung der Variationsrechnung (1744) und der verbesserten Methode Lagranges (1762), kennt jedoch anscheinend Eulers Studie von 1770 noch nicht. Er verweist auf seine bei dem Astronomen Jeaurat liegende Studie von 1769/70 über die differentialgeometrischen Eigenschaften von Raumkurven, die der Académie am 31. 3. 1771 vorgelegt und in den Mémoires X (1785) abgedruckt wurde. D'Alembert, dessen Arbeiten zum Variationsproblem (1743/47) schon erheblich zurücklagen, fühlte sich der Sache nicht gewachsen und veranlaßte Condorcet zu einer Antwort. Jetzt sandte Monge am 15. 2. 1771 Mitteilungen über seine Methode zur Integration von partiellen Differentialgleichungen vermittels willkürlicher Funktionen mit beigefügter flächengeometrischer Deutung. Die am 6. 3. 1771 überreichte Abhandlung über Variationsrechnung ist (trotz günstiger Beurteilung durch Condorcet und Bossut) auch heute noch ungedruckt. Die übrigen Briefe vom 2. 9. 1771 und vom 14. 2. und 26. 5. 1772 an Condorcet gehören weiteren Einzelheiten der geometrischen Integrationstheorie partieller Differentialgleichungen. Monge gewann während eines Pariser Aufenthaltes gegen Ende 1771 die Zuneigung Vandermondes, konnte jedoch mit d'Alembert nicht in nähere Fühlung kommen. Am 27. 11. 1771 trug er in der Académie über seine Integrationstheorie vor; die ausführliche Darstellung vom 22. 1. 1772 ging (wohl in überarbeiteter Form) in die Mémoires VII (1776) über. — Der Brieftext ist sorgfältig ediert; in der Einleitung wird der berührte Fragenkomplex einschließlich der Vorgeschichte eingehend behandelt. Die Jahre 1770/72 zeigen den jungen Monge auf der Höhe seines Schaffens. Es ist tief bedauerlich, daß wir bisher noch keine Gesamtausgabe seiner wissenschaftlichen Briefe und seiner ziemlich verstreuten Abhandlungen besitzen. Hoffentlich schenkt uns Verf. bald weiteres bisher unzugängliches Material über den genialen Schöpfer der darstellenden Geometrie. *J. E. Hofmann* (Tübingen).

Lavrent'ev, M. A.: Wege der Entwicklung der Sowjetischen Mathematik. Izvestija Akad. Nauk SSSR, Ser. mat. **12**, 411—416 (1948) [Russisch].

Delone, B.: Nikolaj Grigorevič Čebotarev. 1894—1947. Izvestija Akad. Nauk SSSR, Ser. mat. **12**, 337—340 (1948).

Grundlagenfragen. Logik.

●**Lorenzen, Paul: Einführung in die Logik.** Bonn: Math. Seminar der Univ. 1947. 34 S. hektographiert.

Verf. skizziert einen konstruktiven Aufbau der Logik und Mathematik. Aus Einzelnamen α („Caesar") und Klassennamen A („rot") lassen sich Grundurteile der Form $\alpha \equiv \beta$ und $A(\alpha)$ bilden. Gültige Regeln sind z. B. $a \equiv a$ (bei jeder Ersetzung der Einzelnamenvariablen a entsteht ein gültiges Urteil) und $a \equiv b$, $\mathfrak{c} \Rightarrow a/b\,\mathfrak{c}$ (bei jeder Ersetzung von a, b und der Urteilsvariablen $\mathfrak{c}$, für die die Prämissen gültig werden, gilt auch die Conclusio). Ableiten ist ein Konstruieren nach gültigen Regeln, also ein Handeln. — In der Arithmetik dienen die beiden Regeln $|$ und $a \Rightarrow a|$ zur Konstruktion der Ziffern $|$, $||$, ..., die als Klassennamen (Kardinalzahlen) brauchbar sind. $\alpha = \beta$ gilt, wenn α und β dieselben Ziffern bedeuten. Inhaltlich (nicht formal) erkennt man, daß z. B. die Regel $a| = b| \Rightarrow a = b$ erlaubt ist, da man mit ihrer Hilfe nur bereits ohne sie ableitbare Urteile beweisen kann. Ebenso ist erlaubt $a| = | \Rightarrow \lambda$ mit einem Neuzeichen λ (Widerspruch), sowie eine Induktions(meta)regel. — Die aussagenlogischen Verknüpfungen lassen sich ohne Rekursion auf eine bekannte Sprache einführen. $\mathfrak{a} \supset \mathfrak{b}$ gilt, wenn $\mathfrak{a} \Rightarrow \mathfrak{b}$ erlaubt

ist. Die Konjunktion wird eingeführt durch die Regel $\mathfrak{a}, \mathfrak{b} \Rightarrow \mathfrak{a} \wedge \mathfrak{b}$. Diese Erweiterung ist echt, da nunmehr $\wedge$ enthaltende Urteile herleitbar sind; verträglich, da mit ihr keine neuen Urteile ohne $\wedge$ beweisbar sind. Ebenso führt man ein die Disjunktion durch $\mathfrak{a} \Rightarrow \mathfrak{a} \vee \mathfrak{b}$ und $\mathfrak{b} \Rightarrow \mathfrak{a} \vee \mathfrak{b}$, die Negation durch $\mathfrak{a} \Rightarrow \mathfrak{A} \Rightarrow \mathfrak{V} \Rightarrow \bar{\mathfrak{a}}$ ($\mathfrak{V}$ ist der immer gültige „Anfang", $\Rightarrow$ ein Meta-$\Rightarrow$), die Generalisierung durch $\mathfrak{V} \Rightarrow \mathfrak{c} \Rightarrow \mathfrak{V} \Rightarrow \hat{x}\, \mathfrak{c}/x\, \mathfrak{c}$. Ein finites Urteil $\mathfrak{a}$ (ohne $\hat{x}$) besitzt immer ein Komplement $\mathfrak{b}$ (d. h. es gelten $\mathfrak{a} \wedge \mathfrak{b} \prec \mathfrak{A}$ und $\mathfrak{V} \prec \mathfrak{a} \vee \mathfrak{b}$). Transfinite Urteile mit Komplement heißen entscheidbar. Für nicht entscheidbare $\mathfrak{c}$ gilt nicht $\mathfrak{V} \prec \mathfrak{c} \vee \bar{\mathfrak{c}}$ (tertium non datur). Die Hinzunahme dieser Regel liefert nicht konstruktiv ableitbare Disjunktionen, dagegen nur bereits konstruktiv ableitbare Urteile ohne Negation und Disjunktion. Dies bedeutet die Widerspruchsfreiheit des nicht konstruktiven Kalküls, der durch Hinzunahme des tertium non datur entsteht. Ein Beweis hierfür wird angedeutet und auf eine ausführliche Darstellung verwiesen, die im J. symbolic Logic erscheinen soll. — K_1 und K_2 seien Kalküle (Regeln zur Konstruktion von Zeichen). Man sagt als „Fiktion", daß K_1 und K_2 dieselben „konstruierbaren Mengen" bedeuten, wenn nach K_1 und K_2 dieselben Zeichen konstruierbar sind. Spezielle konstruierbare Mengen sind die rekursiven Abbildungen. — Ähnlich erhält man in gewissen Formalismen als Fiktion: Enthalten die Zeichen $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$ genau die freie Variable c, so sagt man, daß $(x)^c/x\, \mathfrak{a}$ und $(x)^c/x\, \mathfrak{b}$ dieselbe „definite Menge" bedeuten, wenn $(\mathfrak{a} \prec \mathfrak{b}) \wedge (\mathfrak{b} \prec \mathfrak{a})$ gilt. — Eine konstruktive Analysis läßt sich schrittweise aufbauen. Für viele Zwecke genügt der Begriff der „reellen Zahl erster Stufe". Eine solche erhält man durch Einführung einer naheliegenden Gleichheit für Symbole $\overset{M}{\text{fin}}\, f(x)$ [die obere Grenze der $f(x)$ mit $x \in M$], wobei M eine definite Menge und f eine rekursive Abbildung bedeutet. — Im letzten Paragraphen wird ein konstruktiver Aufbau der Geometrie angedeutet, der auf 22 formal angeschriebenen Axiomen ohne explizite Existenzforderung beruht. Grundbegriffe sind: Entfernung für Punktepaare, Kollinearität, Umklappung um eine Gerade, Vektor $\overrightarrow{PQ}$. *Hermes* (Münster i. W.).

Quine, W. V.: The problem of interpreting modal logic. J. symbolic Logic **12**, 43—48 (1947).

„$\Box$" (Notwendigkeit) läßt sich nach Verf. bei nicht quantifizierten Modalitäten befriedigend deuten durch die Festsetzung, daß $\ulcorner \Box\, \mathfrak{A} \urcorner$ wahr ist genau dann, wenn $\mathfrak{A}$ analytisch (d. h. nach eventueller Ersetzung von Synonymen logisch wahr) ist. Bei iteriert auftretendem „$\Box$" hat man das Kriterium mehrfach anzuwenden. — Bei der Deutung einer quantifizierten Modallogik [z. B. Barcan: A functional calculus of first order based on strict implication, J. symbolic Logic **11**, 1—16 (1946)] ergibt sich eine ontologische Schwierigkeit, wenn man zuläßt, daß die Partikularisierung einer Aussage sicher dann gilt, wenn die Aussage bei Einsetzung einer geeigneten Konstanten für die partikularisierte Variable wahr wird. So entstehen aus den gültigen Aussagen („a" steht im Folgenden für „Abendstern", „b" für „Morgenstern"): $\ulcorner a = b \cdot \Box\, a = a \urcorner$ und $\ulcorner b = b \cdot \sim \Box\, b = a \urcorner$ durch Quantifizierung: $\ulcorner (\exists\, x)\, (x = b \cdot \Box\, x = a) \urcorner$ bzw. $\ulcorner (\exists\, x)\, (x = b \cdot \sim \Box\, x = a) \urcorner$. Es gibt also zwei verschiedene Dinge x, so daß $x = b$. *Hermes* (Münster i. W.).

Popper, K. R.: On the theory of deduction. I. Derivation and its generalizations. Proc. Akad. Wet. Amsterdam **51**, 173—183 (1948).

In bezug auf die hier vorliegende allgemeine Tendenz vgl. die Besprechung einer früheren Arbeit des Verf. (dies. Zbl. **29**, 196). Für die Ableitbarkeit von b aus $a_1, \ldots, a_n$ werden hier neue Grundregeln aufgestellt und daraus die in früheren Arbeiten benutzten bewiesen. Verf. zeigt ferner, wie sich gewisse allgemeine, zur Theorie der Deduktion gehörige Begriffe wie Unverträglichkeit und vollständige Disjunktivität von n Aussagen u. a. m. in seine Theorie einordnen. *Ackermann.*