Werk

Titel: Statistik

Ort: Berlin

Jahr: 1943

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?245319514_0028|log101

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

wahrscheinlichkeitsvoraussetzungen berechnet Verf. die Wahrscheinlichkeit $p_N(\varrho)$ dafür, daß die Kette dabei die Ausdehnung ϱa habe (wo diese als die kürzeste auf der Geraden gelegene Strecke zu verstehen ist, welche die ganze Kette umschließt),

$$p_N(\varrho) = \Delta_\varrho^2 F_N(\varrho)/2^N$$

mit

$$F_N(\varrho) = \sum_{k=-\infty}^{\infty}(-1)^k \sum_{\lambda=0}^{\varrho}\sum_{x=0}^{\varrho} U_{N,\,x-\lambda+k\varrho},$$

$$U_{r,x} = r!\cos^2\frac{(r+x)\pi}{2}\Big/\left[\left(\frac{r}{2}-\frac{x}{2}\right)!\left(\frac{r}{2}+\frac{x}{2}\right)!\right],$$

den Erwartungswert von ϱ und für großes N die Grenzverteilung und die entsprechenden Momente. Die Ergebnisse werden auf Ketten im dreidimensionalen Raum ausgedehnt; für großes N zeigt die entsprechende Grenzverteilung, daß die Ausdehnungen der Kette in je zwei zueinander senkrechten Richtungen asymptotisch unabhängig voneinander verteilt sind. *M. P. Geppert* (Bad Nauheim).

Statistik:

● **Boldrini, Marcello: Statistica. Teoria e metodi.** Milano: Antonino Giuffrè 1942. XXIV, 1126 pag. L. 120.—.

Mit dem vorliegenden Werk hat Verf. ein sehr originelles, wertvolles und handliches statistisches Lehr- und Handbuch geschaffen. Auf rund 1000 Seiten gelingt es dem Verf., einem der bewährtesten Statistiker Italiens, durch zwanzigjährige Lehrtätigkeit in diesem Fache hierfür besonders geeignet, eine organische Darstellung der gesamten Statistik zu geben, wobei die philosophisch-erkenntnistheoretischen Grundlagen derselben ebenso erörtert werden wie die rein technischen Hilfsmittel und Apparaturen einerseits und die mathematisch-statistische Methodik andererseits. Der besondere Wert des Buches liegt in der gut gelungenen organischen Synthese und Verschmelzung der in den letzten Jahrzehnten hauptsächlich von der italienischen Schule gepflegten und bereicherten beschreibenden Methodik mit der vorwiegend von der englischen Schule entwickelten wahrscheinlichkeitstheoretisch unterbauten Test-Methodik. Im Stoff findet auch die moderne Literatur weitgehende Berücksichtigung, selbstverständlich allerdings unter Bevorzugung der bereits bewährten und gefestigten Methoden und Verzicht auf noch nicht bewährte oder voraussichtlich kurzlebige Einzelbeiträge der letzten Zeit. Zahlenbeispiele aus allen Gebieten runden die Darstellung ab. Jedem Kapitel ist ein ausführliches Schrifttumsverzeichnis beigegeben. Inhalt: Teil I: Theorie der Statistik. Kap. 1: Begriff. Kap. 2: Geschichte der Statistik. Kap. 3: Phasen der wissenschaftlichen Forschung, Hypothese. Kap. 4: Untersuchungsplan und Datenbildung, statistische Tabellen und Diagramme. Kap. 5: Die empirischen Gesetze der Erscheinungen. Kap. 6: Technische Hilfsmittel. Teil II: Statistische Methodik. Kap. 7: Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung. Kap. 8: Prinzip der kleinsten Quadrate. Kap. 9: Subjektives, typisches arithmetisches Mittel. Kap. 10: Empirische Mittelwerte. Kap. 11: Rationale Streuungsmessung und Theorie der statistischen Gruppen (u. a. Student-Verteilung, Streuungszerlegung). Kap. 12: Empirische Streuungsmaße (u. a. mittlere Differenz, Konzentration). Kap. 13, 14: Darstellung statistischer Verteilungen (u. a. Interpolation, Ausgleichung, Methode der kleinsten Quadrate, orthogonale Polynome, χ^2-Kriterium). Kap. 15: Rationale Messung des Zusammenhanges quantitativer statistischer Merkmale (u. a. Korrelation, Regression, Korrelationsverhältnis, partielle Korrelation, Intraclass-Korrelation und Streuungszerlegung). Kap. 16: Empirische Maße der statistischen Zusammenhänge. Kap. 17: Statistische Verhältniszahlen. Kap. 18: Bernoullisches Theorem und Dispersionstheorie. Kap. 19: Fehlerquellen bei statistischen Untersuchungen. Anhang: 1. Tafel der Quadrate, Kuben, Quadrat-, Kubikwurzeln, Logarithmen und reziproken Werte der natürlichen Zahlen von 1 bis 1000; 2. Tafel der Krampschen Transzendenten; 3. Tafel

der Funktionswerte der Normalverteilung; 4. Tafel des Integrals $\int_0^{\xi} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt / \sqrt{2\pi}$, 5. Tafel der Studentschen t-Verteilung (in den die Tabellen erläuternden Integralformeln sowie in den entsprechenden Formeln im Text einige entstellende Schreibfehler); 6. Tafel der zur Grenzwahrscheinlichkeit $P = 0{,}05$ bzw. 0,01 gehörigen Fisherschen z-Werte nach Freiheitsgraden; 7. Tafel (ebenso wie 6. aus R. A. Fisher übernommen) der χ^2-Verteilung; 8. Paretos Tafel der Tschebyschefschen Polynome.

M. P. Geppert (Bad Nauheim).

● **Koller, Siegfried: Graphische Tafeln zur Beurteilung statistischer Zahlen. 2., erg. Aufl.** Dresden u. Leipzig: Theodor Steinkopff 1943. X, 73 S., 15 Taf. u. 6 Abb. geb. RM. 10.—.

Die theoretischen Fortschritte der mathematischen Statistik kommen der praktischen Anwendung statistischer Methoden nur mit großer Verzögerung zugute. Man begnügt sich bei der Beurteilung der zufälligen Streuung empirischer statistischer Zahlen noch immer mit einfachen Abschätzungen aus der Fehlerrechnung, arbeitet mit der Annahme normaler Verteilung und verwendet Formeln, die nur asymptotisch für große Beobachtungsreihen gelten, auch im Falle weniger Beobachtungen. Die vorliegenden Tafeln erleichtern den Zugang zu wertvollen Ergebnissen der neueren Statistik, indem sie es ermöglichen, für viele, praktisch wichtige Fälle den Zufallsbereich statistischer Zahlen, auch für geringen Umfang des Beobachtungsmaterials, durch einfache Ablesungen an Skalen zu bestimmen. Die meisten dieser Tafeln sind hier zum ersten Male veröffentlicht. Der Inhalt (vgl. die Besprechung der 1. Auflage [dies. Zbl. 22, 248]) ist in der 2. Auflage nur geringfügig geändert; im Vorwort weist Verf. einige Kritiken der 1. Auflage zurück. Weite Verbreitung dieser Tafeln wäre zu wünschen, damit das Niveau der statistischen Betrachtungen sich hebt; durchgreifende Besserung wird man allerdings erst von einem Lehrbuch erwarten können. — Druck und Ausstattung der Tafeln sind vorzüglich; das Satzbild würde durch kursiven Druck der Formelzeichen gewinnen.

J. Bartels (Potsdam).

Knoll, F.: Über Näherungsverfahren bei empirisch gegebenen Verteilungsfunktionen und damit verbundene Korrekturformeln. Dtsch. Math. 7, 187—194 (1943).

Verf. behandelt die Interpolation empirisch gegebener Verteilungen durch Polynome. Die diesen Annahmen entsprechenden Näherungsverteilungsgesetze sowie die zugehörigen Korrekturformeln werden abgeleitet. Als einfachster Sonderfall ergibt sich die bekannte „Sheppardsche Korrektur" der Streuung.

Fuhrich (Prag).

Ottestad, Per: On Bernoullian, Lexis, Poisson and Poisson-Lexis series. Skand. Aktuarie Tidskr. 1943, 15—67.

Verf. erweitert in dieser Arbeit die Lexissche Dispersionstheorie, indem er einerseits neue Kriterien aufstellt, um zu prüfen, ob eine Beobachtungsreihe dem einen oder anderen Typus angehört, und andererseits Reihentypen in Betracht zieht, die allgemeiner als die üblicherweise behandelten sind. — In einer Serie von n unabhängigen Versuchen möge in x Fällen ein bestimmtes Ereignis mit der Wahrscheinlichkeit p eingetreten sein. Insgesamt werden N Versuchsserien vorgenommen, wobei n zunächst in allen Serien gleich sei. Je nachdem, ob p in allen nN Versuchen gleich bleibt oder innerhalb jeder Serie gleich bleibt, aber sich von Serie zu Serie ändert oder in jeder Serie sich in gleicher Weise von Versuch zu Versuch ändert, bilden die x eine Bernoullische, eine Lexissche oder eine Poissonsche Reihe. Bedeutet $\sigma_{(r)}(x)$ das faktorielle Moment r-ter Ordnung von x, $\delta_r(x) = \sigma_{(r)}(x)/\sigma_{(r-1)}(x)$, p_0 den Mittelwert von p und $n^{(r)} = n(n-1)\ldots(n-r+1)$, so gilt, wie Verf. zeigt, in den Beziehungen

$$\frac{\sigma_{(r)}(x)}{n^{(r)}} \gtreqless p_0^r, \qquad \delta_r(x) \gtreqless \delta_1(x) - (r-1)p_0 \qquad (r = 2, 3, \ldots)$$

das obere, mittlere oder untere Zeichen je nachdem, ob der Lexissche, der Bernoullische oder der Poissonsche Fall vorliegt (für den letzteren wird der Beweis nur für $r = 2$

und $r = 3$ erbracht). — Ändert sich n von Serie zu Serie, so betrachtet Verf. n als Zufallsveränderliche. In diesem Fall ist, wenn $\sigma_r(u)$ bzw. $m_r(u)$ das auf den Nullpunkt bzw. auf den Mittelwert bezogene Moment r-ter Ordnung von u bedeutet, die Größe $[\sigma_1(n)^2 m_2(x) - \sigma_1(x)^2 m_2(n)]/\sigma_1(n)\sigma_1(x)[\sigma_1(n) - \sigma_1(x)]$ (die für festes n in das Quadrat des Divergenzkoeffizienten übergeht) $\gtreqless 1$ je nachdem, ob eine Lexissche, eine Bernoullische oder eine Poissonsche Reihe vorliegt. Dabei wird im Lexisschen Fall auch p als Zufallsvariable aufgefaßt und vorausgesetzt, daß n und p unabhängig sind. Andrerseits zeigt Verf., daß immer dann Grund zu der Annahme besteht, daß eine Lexissche Reihe mit nicht unabhängigen n und p vorliegt, wenn $\sigma_1\left(\frac{x}{n}\right)$ wesentlich von $\sigma_1(x)/\sigma_1(n)$ oder der Korrelationskoeffizient $r_{1,1}(x, n)$ wesentlich von $[\sigma_1(x)/\sigma_1(n)]\sqrt{m_2(n)/m_2(x)}$ verschieden ist. — Neben den drei klassischen Reihentypen betrachtet Verf. noch Reihen folgender Art, die er Poisson-Lexissche nennt. Die Wahrscheinlichkeit p sei eine Funktion von zwei Größen q und c, wo q sich nur von Serie zu Serie ändert, aber innerhalb jeder Serie gleichbleibt, während c in jeder Serie von Versuch zu Versuch die gleiche Änderung erfährt. Verf. beschränkt sich auf die Fälle $p = q + c$ und $p = qc$. Sind q_0 bzw. c_0 die Mittelwerte von q bzw. c, so gilt bei festem n

(1) $m_2(x) = n(q_0 + c_0)(1 - q_0 - c_0) + n(n-1)m_2(q) - nm_2(c)$ für $p = q + c$,

(2) $m_2(x) = nq_0c_0(1 - q_0c_0) + n(n-1)c_0^2 m_2(q) - nq_0^2 m_2(c) - nm_2(q)m_2(c)$ für $p = qc$.

Setzt man in (1) $c = 0$ bzw. $q = 0$ oder in (2) $c = 1$ bzw. $q = 1$, so erhält man die bekannten Formeln für den Lexisschen bzw. Poissonschen Fall. Man sieht, daß beide Typen von Poisson-Lexisschen Reihen normale, unternormale oder übernormale Dispersion aufweisen können, doch wird der letzte Fall am häufigsten auftreten, nämlich immer dann, wenn $m_2(q) > 0$ und n genügend groß ist. Auch die Fälle, daß n eine von q unabhängige bzw. abhängige Zufallsvariable ist, werden behandelt.

Wassilij Höffding (Berlin).

Martinotti, Pietro: Di alcune recenti medie. Acta Pontif. Acad. Sci. 5, 113—121 (1941).

Verf. gibt zunächst einen kurzen Hinweis auf die verschiedenen zusammenfassenden mathematischen Mittelwertdefinitionen, erörtert dann die Abhängigkeit des als

$$m = F[f(a_1), \ldots, f(a_n)]$$

oder durch

$$\varphi(a_1, \ldots, a_n) = \varphi(m, \ldots, m)$$

gegebenen Mittelwertes m von der Reihenfolge der zu mittelnden Werte a_i im Falle einer unsymmetrischen Funktion F oder φ und führt zwei Beispiele „trigonometrischer" Mittelwerte, bei welchen φ eine trigonometrische Funktion des arithmetischen Mittels ist, aus der Physik an.

M. P. Geppert (Bad Nauheim).

Busk, Thøger: Einige Bemerkungen über die Berechnung des mittleren Fehlers von Werten, die mit der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen sind. Festschr. Prof. J. F. Steffensen 40—44 (1943) [Dänisch].

Für den mittleren Fehler eines Ausdruckes $k_1x + k_2y + k_3z + \cdots$ ($x, y, z, \ldots$ stochastische, nicht unabhängige Veränderliche) wird in der üblichen Bezeichnung (Q_{ij} Lagrangesche Multiplikatoren) der Ausdruck

$$\overline{m}_2(k_1x + k_2y + k_3z \ldots) = (k_1^2Q_{11} + k_2^2Q_{22} + k_3^2Q_{33} + 2Q_{12}k_1k_2 \ldots)\overline{m}_2$$

gewonnen. Bei Korrelatenausgleichung wird die Benützung der Formel

$$\left[\frac{e'e'}{v}\right] = \left[\frac{ee}{v}\right] - \left[\frac{ep}{v}\right]L_1 - \left[\frac{eq}{v}\right]L_2 \ldots$$

(übliche Bezeichnungsweise) empfohlen und für $\overline{m}_2(k_1u_1 + k_2u_2)$ ein entsprechender Ausdruck angegeben.

F. Knoll (Wien).