Brun und Pipping geliefert werden. Bei diesen Verfahren wird aus gewissen Systemen von $n+1$ reellen Zahlen $(\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ durch wiederholte lineare homogene Transformation mit gewissen ganzzahligen Matrizen der Determinante $\Delta \neq 0$ eine Folge („arithmetische Kette") ähnlicher Systeme hergeleitet. Wichtig sind u. a. diejenigen dieser Algorithmen, die, für beliebiges reelles algebraisches α vom Grade $n \geqq 2$ auf das System $(1, \alpha, \ldots, \alpha^n)$ angewandt, abbrechen, auf $(1, \alpha, \ldots, \alpha^{n-1})$ angewandt aber nicht abbrechen. Der Brun-Algorithmus hat diese Eigenschaft für $n = 2$; Pipping konstruierte Verfahren, die das Gewünschte für jedes $n \geqq 2$ leisten (vgl. u. a. dies. Zbl. **10**, 197). In Kap. II—IV untersucht Verf. die Brunschen und Pippingschen Verfahren und stellt Varianten auf, die schneller als das Pippingsche Kriterium zur Entscheidung führen. In Kap. V studiert Verf. die Annäherung n reeller Zahlen $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ durch Brüche $\frac{g_1}{g}, \ldots, \frac{g_n}{g}$ gleichen Nenners g und findet u. a. für die obere Grenze $m_n(N)$ des Ausdrucks

$$m_n'(N, \alpha_1, \ldots, \alpha_n) = \underset{\substack{1 \leqq g \leqq N \\ g, g_1, g_2, \ldots, g_n \text{ ganz}}}{\mathrm{Min}} \left(\sum_{\nu=1}^{n} |\alpha_\nu g - g_\nu| \right)$$

bei Betrachtung aller Systeme $(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$, die Schranken

$$\frac{1}{2}\sqrt[n]{\frac{n!}{N}} < m_n(N) \leqq \sqrt[n]{\frac{n!}{N+1}}.$$

(das letzte Zeichen $\leqq$ gilt unter der Bedingung $N \geqq n! - 1$). In Kap. VI—VIII studiert Verf. die Eigenschaften der arithmetischen Ketten und speziell den Zusammenhang zwischen gewissen periodischen arithmetischen Ketten und algebraischen Zahlen sowie die numerische Lösung algebraischer Gleichungen mittels solcher periodischen Ketten. *J. F. Koksma* (Amsterdam).

Gruppentheorie.

Piccard, Sophie: Les substitutions qui sont des transformées réciproques. Comment. math. helv. **9**, 109—123 (1937).

La substitution $T \cdot S \cdot T^{-1}$ est dite la transformée de la substitution S par la substitution T. Lorsque l'on a $STS^{-1} = T \cdot S \cdot T^{-1}$ l'auteur appelle les substitutions S et T transformées réciproques. Il n'existe pas pour chaque substitution S une substitution T qui est sa transformée réciproque. L'auteur établit à quelles conditions nécessaires et suffisantes doit satisfaire la constitution de deux substitutions prises quelconques pour qeu'lles soient des transformées réciproques. *S. Bays* (Fribourg).

Miller, G. A.: Groups of order 64 whose squares generate the four group. Amer. J. Math. **59**, 57—66 (1937).

Miller, G. A.: Groups which contain an abelian subgroup of prime index. Proc. Nat. Acad. Sci. U. S. A. **23**, 13—16 (1937).

Behandlung der im Titel genannten Gruppen und Beweis des Satzes: Enthält eine endliche Gruppe G eine nichtinvariante Untergruppe vom Primzahlindex p, so ist G Produkt zweier vertauschbarer Untergruppen, von denen eine als zur Primzahl p gehörige Sylowgruppe von G gewählt werden kann. *Magnus* (Frankfurt a. M.).

Zia-ud-Din, M.: The characters of the symmetric group of degrees 12 and 13. Proc. London Math. Soc., II. s. **42**, 340—355 (1937).

In Bd. 39 derselben Proc. haben D. E. Littlewood und Verf. Tabellen für die Charaktere der symmetrischen Gruppen S_{10} und S_{11} aufgestellt (vgl. dies. Zbl. **11**, 249 u. 250). Verf. hat nun die Charaktere von S_{12} und S_{13} berechnet. Für $n < 10$ und für die Methoden s. Littlewood und Richardson, dies. Zbl. **9**, 202. *van der Waerden* (Leipzig).

Sinkov, Abraham: Necessary and sufficient conditions for generating certain simple groups by two operators of periods two and three. Amer. J. Math. **59**, 67—76 (1937).

Die einfachen Gruppen der Ordnungen 60, 168, 660, 5616 lassen sich nach

H. R. Brahana [Ann. of Math. **31**, 543—544 (1930)] und K. E. Bisshopp [Bull. Amer. Math. Soc. **37**, 99 (1931); dies. Zbl. **1**, 199] als Faktorgruppen der Gruppe von 2 Erzeugenden S und T mit den definierenden Relationen $S^2 = T^3 = 1$ darstellen. Dasselbe wird hier für die einfachen Gruppen der Ordnungen 504 und 1092 gezeigt; die verschiedenen Möglichkeiten dafür werden angegeben und die Ergebnisse von Bisshopp werden vereinfacht. *Magnus* (Frankfurt a. M.).

Wenkov, B. A.: Über die Automorphismengruppe einer unbestimmten quadratischen Form. C. R. Acad. Sci. URSS, N. s. **14**, 99—100 (1937).

Kurze Zusammenfassung (ohne Beweise) der Ergebnisse einer Arbeit des Verf. über die Bestimmung des Fundamentalbereichs der Gruppe der ganzzahligen Substitutionen, die eine gegebene quadratische Form vom Typus $\varepsilon f(x_i) = -y_1^2 - \cdots - y_{n-1}^2 + y_n^2$ in sich überführen, worin $\varepsilon = \pm 1$ und die y_i reelle Linearkombinationen der x_i bedeuten. Verf. verallgemeinert das Kleinsche Polygon (Ausg. Kapitel der Zahlenth. I, S. 103, Göttingen 1896) und konstruiert ein Polyeder, von dem er zeigt, daß durch jede Spitze nur endlich viele Seitenflächen und endlich viele Kanten gehen und alle Kanten 2 endliche Endpunkte haben. Bei ganzzahligen Polynomen f gibt es nur endlich viele Spitzen, die nicht durch eine Substitution der Gruppe ineinander übergehen, und man kann den Fundamentalbereich konstruieren. *G. Lochs* (Kennelbach).

Grün, Otto: Über eine Faktorgruppe freier Gruppen. I. Deutsche Math. **1**, 772 bis 782 (1936).

Es sei $\mathfrak{G}$ die Gruppe aller Matrizen (a_{ik}) vom $(n+1)$-ten Grade mit ganzzahligen Koeffizienten a_{ik} und $a_{ii} = 1$, $a_{ik} = 0$ für $k > i$. Die Matrizen von $\mathfrak{G}$ erzeugen einen Ring $\mathfrak{R}$; die Beziehungen zwischen den Idealen in $\mathfrak{R}$ und den Untergruppen von $\mathfrak{G}$ werden eingehend untersucht und liefern insbesondere die Sätze: $\mathfrak{G}$ ist Kompositum von n Abelschen Normalteilern $\mathfrak{A}_k$ von $\mathfrak{G}$, und: Ist $\mathfrak{G}^m$ die kleinste alle m-ten Potenzen von Elementen aus $\mathfrak{G}$ enthaltende Untergruppe von $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}_m$ die m-te Gruppe der „absteigenden Zentrenreihe" von $\mathfrak{G}$, d. h. $\mathfrak{G}_1 = \mathfrak{G}$ und rekursiv $\mathfrak{G}_\mu$ die kleinste alle Kommutatoren eines beliebigen Elementes aus $\mathfrak{G}$ mit einem beliebigen Elemente von $\mathfrak{G}_{\mu-1}$ enthaltende Untergruppe von $\mathfrak{G}$, so ist $\mathfrak{G}_m$ in $\mathfrak{G}^m$ enthalten. Es ist $\mathfrak{G}_{n+1} = E =$ dem Einheitselement von $\mathfrak{G}$; $\mathfrak{G}$ liefert daher eine Darstellung von $\mathfrak{F}/\mathfrak{F}_{n+1}$, wobei $\mathfrak{F}$ die freie Gruppe von n Erzeugenden, $\mathfrak{F}_{n+1}$ das $(n+1)$-te Glied der absteigenden Zentrenreihe von $\mathfrak{F}$ ist. Durch verschiedene Zuordnung der Erzeugenden von $\mathfrak{G}$ zu denen von $\mathfrak{F}$ erhält man unendlich viele Darstellungen von $\mathfrak{F}/\mathfrak{F}_{n+1}$ durch $\mathfrak{G}$; durch Addition von genügend vielen solchen Darstellungen läßt sich eine treue Darstellung von $\mathfrak{F}/\mathfrak{F}_{n+1}$ erreichen, und hieraus folgt insbesondere der Satz, daß $\mathfrak{F}/\mathfrak{F}_{n+1}$ keine Elemente endlicher Ordnung enthält. Die vom Ref. vermutete Übereinstimmung der „Dimensionsgruppen" (s. dies. Zbl. **11**, 152) und der Gruppen der absteigenden Zentrenreihe ist damit ebenfalls erwiesen. *Magnus* (Frankfurt a. M.).

Fitting, Hans: Über den Automorphismenbereich einer Gruppe. Math. Ann. **114**, 84—98 (1937).

Die Endomorphismen einer Gruppe $\mathfrak{G}$, d. h. die homomorphen Abbildungen von $\mathfrak{G}$ in sich, bilden einen „Bereich", in welchem je zwei Elemente zwar immer ein Produkt, aber nicht immer eine Summe besitzen (vgl. dies. Zbl. **5**, 386). Verf. beschränkt sich dabei auf normale, d. h. mit den inneren Automorphismen vertauschbare Endomorphismen und auf Gruppen mit endlicher Hauptreihe. Die Endomorphismen, die $\mathfrak{G}$ in sein Zentrum $\mathfrak{Z}$ abbilden, bilden einen Ring $\mathfrak{K}$, der auch zweiseitiges Ideal im normalen Endomorphismenbereich $\mathfrak{A}$ ist und der alle Unterringe von $\mathfrak{A}$ umfaßt. Das Radikal $\mathfrak{C}$ von $\mathfrak{A}$ ist zugleich das Radikal von $\mathfrak{K}$. Die Struktur des kommutativen, aus lauter Nilpotenten bestehenden Bereichs $\mathfrak{A}/\mathfrak{K}$ ist dieselbe wie die des Bereichs aller Teilmengen einer endlichen Menge, wenn unter dem Produkt der Durchschnitt, unter der Summe die Vereinigung zweier fremder Teilmengen verstanden wird. Der Restklassenring $\mathfrak{K}/\mathfrak{C}$ ist halbeinfach. Der Restklassenbereich $\mathfrak{A}/\mathfrak{C}$ ist direkte Summe von zwei zweiseitigen Idealen, von denen das eine die Struktur von $\mathfrak{A}/\mathfrak{K}$ und das andere die von $\mathfrak{R}/\mathfrak{C}$ hat. $\mathfrak{A}$ selbst ist direkte Summe des Ringes $\mathfrak{R}$ und endlichvieler additiver Gruppen der Ordnung 2, deren Elemente idempotent sind und sich gegenseitig annullieren. Schließlich kann $\mathfrak{A}$ in einen Ring eingebettet werden. *van der Waerden.*

Michal, A. D., and V. Elconin: Differential properties of abstract transformation groups with abstract parameters. Amer. J. Math. **59**, 129—143 (1937).

Bekanntlich sind vektorielle (koordinatenlose) Formulierungen der Lieschen Fundamentalsätze aus der Theorie der kontinuierlichen Gruppen insbesondere für Transformationsgruppen $y = T_a x$ möglich (vgl. Freudenthal, dies. Zbl. **7**, 394). Verff. geben eine vektorielle Darstellung, die dann bestehen bleibt, wenn der Wirkungsraum (x-Raum$=y$-Raum) sowie der Parameterraum (a-Raum) Teilgebiete abstrakter Banachscher Räume sind. Statt von Infinitesimaltransformationen spricht man jetzt offensichtlich vom Frechetschen Differential $d^a T_a x$ nach a. Es werden auf solche Räume der erste Fundamentalsatz, die Maurerschen Relationen sowie mittels einer entsprechenden Verallgemeinerung der Jacobischen Identität die Eigenschaften der Strukturbilinearform übertragen. *Schauder* (Lwów).

Kampen, E. R. van: On the structure of a compact group. Rec. math. Moscou, N. s. **1**, 699 (1936).

Montgomery, Deane: Continuity in topological groups. Bull. Amer. Math. Soc. **42**, 879—882 (1936).

Let the manifold of a group G be a (locally) complete and separable metric space. It is shown that if the function xy defining group products in G is continuous in x and y separately, then G is a topological group — and that one need not assume separability in proving that xy is continuous in x and y simultaneously. *Birkhoff.*

Ehresmann, Charles: Sur les espaces localement homogènes. Enseignement Math. **35**, 317—333 (1936).

Der Begriff der „lokalen Lieschen Gruppe" entsteht aus dem klassischen Begriff der (r-parametrigen) Lieschen Transformationsgruppe G einer (n-dimensionalen) Mannigfaltigkeit V im wesentlichen durch eine doppelte „Lokalisierung": Man beschränkt sich in G auf eine Umgebung Δ der Identität und in V auf ein Gebiet D (von dem man übrigens nicht voraussetzt, daß es durch die Transformationen aus Δ in sich abgebildet wird). Wenn jeder Punkt einer Mannigfaltigkeit E eine Umgebung D besitzt, in der eine lokale Gruppe erklärt ist, und wenn die in übereinandergreifenden Umgebungen verschiedener Punkte erklärten Gruppen in naheliegender Weise „ineinandergreifen", so heißt E ein „lokal homogener Raum" (im folgenden: lh-Raum). Spezielle lh-Räume sind natürlich die im gewöhnlichen, „globalen" Sinne homogenen Räume (h-Räume). Die bekanntesten Beispiele von lh-Räumen, welche nicht h-Räume sind, sind die Cliffordschen Raumformen; in ihnen sind die lokalen Transformationsgruppen euklidische oder nichteuklidische Bewegungsgruppen. — Als Hauptproblem wird gestellt: alle lh-Räume zu finden, die lokal — d. h. in einem Teilgebiet — äquivalent einem gegebenen lh-Raum sind; mit anderen Worten: alle lh-Räume zu finden, die Fortsetzungen eines gegebenen Elementes eines lh-Raumes sind. Es gelten die folgenden Sätze: 1. Nicht jeder lh-Raum ist mit einem h-Raum lokal äquivalent. 2. Jeder geschlossene und einfach zusammenhängende lh-Raum ist ein h-Raum. — Ein lh-Raum E heißt „normal", wenn er einem h-Raum H lokal äquivalent ist und wenn jedem Weg auf E, der auf dem einfach zusammenhängenden Überlagerungsraum von E divergiert, auf H ein divergenter Weg entspricht. Ist E normal, so ist E nicht fortsetzbar, d. h. nicht einem echten Teil eines lh-Raumes (global) äquivalent; jedoch braucht ein nichtfortsetzbarer E nicht normal zu sein; es gibt sogar geschlossene E, die nicht normal sind. Ein global homogener Raum ist übrigens niemals fortsetzbar. — Als Anwendungen der allgemeinen Begriffe und Sätze werden die „lokal projektiven" Räume besprochen, also die Räume, welche lokal äquivalent dem n-dimensionalen reellen projektiven Raum sind. Das Hauptresultat ist hier: Jeder normale lokal projektive Raum ist einer Cliffordschen Raumform der sphärischen Geometrie