Werk

Titel: Algebra und Zahlentheorie (algebraische Geometrie s. a. Geometrie; algebraische F...

Jahr: 1936

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?245319514_0014|log70

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

ZENTRALBLATT FÜR MATHEMATIK
14. Band, Heft 7 UND IHRE GRENZGEBIETE S. 289—336

Algebra und Zahlentheorie.

Petterson, Erik L.: Die Begrenzung der Anzahl reduzibler Polynome bei gewissen unendlichen Variationen der Koeffizienten. Ark. Mat. Astron. Fys. 25 B, Nr 16, 1—3 (1936).

Sind $F(x)$ und $M(x)$ feste, ganzzahlige und teilerfremde Polynome, und ist der Grad von $M(x)$ um 1 kleiner als der Grad von $F(x)$, so ist das Polynom $f(x)=F(x)+E\cdot M(x)$ nur für endlich viele ganzzahlige Werte der Konstante E reduzibel. — Um das zu beweisen, benutzt der Verf. die Tatsache, daß eine ganzwertige Funktion $\varphi(E)$ nur dann für $E\to\infty$ gegen einen Limes streben kann, wenn sie von einem endlichen Werte von E an konstant bleibt. Man kann $F(x)$ als normiert voraussetzen. Die Wurzeln $\xi_\nu(E)$ $(\nu=1,2,\ldots,m)$ von $f(x)$ streben für $E\to\infty$ gegen die Wurzeln η_ν $(\nu=1,2,\ldots,m-1)$ von $M(x)$. Nimmt man an, $f(x)$ sei für eine unendliche Folge der Werte von E reduzibel, so kann man aus ihr eine Teilfolge auswählen, für welche ein echter Faktor $A(x;E)$ von $f(x)$ einen festen Grad r $(r<m)$ hat und seine Wurzeln für $E\to\infty$ gegen bestimmte r Wurzeln der Folge $\eta_1,\eta_2,\ldots,\eta_{m-1}$ streben. Dann sind die Koeffizienten von $A(x,E)$ ganzwertig und streben für $E\to\infty$ gegen bestimmte Grenzwerte. Daraus schließt man, daß $A(x,E)$ von einem endlichen Werte von E an konstant ist, was der Teilerfremdheit von $F(x)$ und $M(x)$ widerspricht.
N. Tschebotaröw (Kasan).

Petterson, Erik L.: Über die Irreduzibilität ganzzahliger Polynome nach einem Primzahlmodul. J. reine angew. Math. **175**, 209—220 (1936).

Indem der Verf. einen Irreduzibilitätssatz von O. Ore (Skr. norske Vid.-Akad., Oslo **1923**, Nr 1) verallgemeinert und verschärft, beweist er folgenden Satz: Es sei $f(x)$ ein modulo p irreduzibles normiertes ganzzahliges Polynom k-ten Grades, $\frac{p^k-1}{v_k}$ der Exponent, zu welchem die Wurzeln von $f(x)$ modulo p gehören, und $g(x)$ ein beliebiges normiertes ganzzahliges Polynom. Es sei ferner $m>0$, $(m,p)=1$, h sei Minimalexponent der Beziehung $p^{kh}\equiv 1 \pmod p$, und $d_k=\left(\frac{p^k-1}{v_k},\frac{p^{kh}-1}{m}\right)$. Dann muß $F(x)=f(g(x)^m)$ wenigstens einen irreduziblen Faktor vom Grade $r=i\frac{p^k-1}{d_k v_k}kh$ modulo p enthalten. Für $g(x)=x$ gibt es einen Faktor modulo p vom Grade $r=\frac{p^k-1}{d_k v_k}kh$ (d. h. bei $i=1$). — Ferner erhält der Verf. unter Benutzung der Resultate seiner früheren Arbeit (vgl. dies. Zbl. **11**, 387) folgendes Irreduzibilitätskriterium: Es sei $F(x)=(x^m-a)^k+E\cdot M(x)$, wo $(E,(k-1)!)=1$ ist und a modulo E zum Exponenten v gehört. Enthält $(-a)^k+EM(0)$ keinen echten Faktor d mit

$$d^{\frac{mEv}{(E,v)}}=1,$$

so kann $F(x)$ nur dann reduzibel sein, wenn es wenigstens eine algebraische Einheit zur Wurzel hat.
N. Tschebotaröw (Kasan).

Roth, William E.: On k-commutative matrices. Trans. Amer. Math. Soc. **39**, 483—495 (1936).

The i-th commute of a matrix A with respect to B_0 is given by the recursive relation $B_i=AB_{i-1}-B_{i-1}A$. If $B_k=0$, $B_i\neq 0$ for $i<k$, then A is k-commutative with B_0, and the B_i are linearly independent; if the degree of no elementary divisor of $A-\lambda I$ exceeds α, then $k\leqq 2\alpha-1$. A corollary gives a theorem of Weyl (Math. Analyse des Raumproblems, p.100. Berlin: Julius Springer 1923) that if $|A-\lambda I|=(a-\lambda)^n$

and if the degree of no elementary divisor of $A - \lambda I$ exceeds α, then A is k-commutative with respect to every matrix B of order n, and for any given B, $k \leqq 2\alpha - 1$. A more explicit form for B is next obtained. Let $A - \lambda I$ have the elementary divisors $(a_i - \lambda)^{n_i}$ $(i = 1, 2, \ldots, s)$. If A is 2-commutative with B, and if $n_i \neq n_j \pm 1$ in case $a_i = a_j$, then the characteristic values of $f(A, B)$ where f is a polynomial are in the set $f(a_i, b_h)$ where b_h are the distinct characteristic values of B. A necessary and sufficient condition that $X_k = \mu^k X$ have a non-singular solution X is that for every i there exist at least one j, and for every j there exist at least one i such that $n_i = n_j$ and $(a_i - a_j)^k = \mu^k$ $(i, j = 1, 2, \ldots, s)$. *MacDuffee* (Madison).

Oldenburger, Rufus: Non-singular multilinear forms and certain p-way matrix factorizations. Trans. Amer. Math. Soc. **39**, 422—455 (1936).

A multilinear form $\sum a_{i_1 \ldots i_p} y_{i_1}^{(1)} \ldots y_{i_p}^{(p)}$ is non-singular if it is equivalent under non-singular transformations on the y's to the diagonal form $\sum_{j=1}^{n} x_j^{(1)} \ldots x_j^{(p)}$. Then the p-way matrix A can be written $(a_{i_1 \ldots i_p}) = \left(\sum_{j=1}^{n} a_{1ji_1} \ldots a_{pji_p}\right)$ where each component matrix (a_{kji_k}) is non-singular. The author then considers p-way matrices A where one component matrix is singular, the others non-singular. Necessary and sufficient conditions are obtained for the equivalence of a set of p-way matrices, $p \geqq 3$, to a set of diagonal matrices. Finally he considers the "factoring" of a p-way matrix into 3-way components. *MacDuffee* (Madison).

Herrmann, Aloys: Remarques sur un théorème de Sylvester. Enseignement Math. **34**, 332—336 (1936).

A method is outlined for determining the number of solutions of the matric equation $\sum_{\nu=0}^{m} C_\nu X^\nu = 0$ where C_ν are matrices of order n, $C_0 = E$. A new proof is given of the known result that the characteristic roots of a solution of the above equation are solutions of the scalar equation $\left|\sum_{\nu=0}^{m} C_\nu \lambda^\nu\right| = 0$. *MacDuffee.*

Tognetti, Mario: Sulla riduzione a forma canonica di una classe speciale di matrici. Atti Accad. Sci. Torino **71**, 97—104 (1935).

A geometric interpretation is given of the chains which occur in finding the Jordan normal form of a matrix. This approach leads easily to the determination of the known normal form of a rational function of a matrix in normal form having a single elementary divisor. The last restriction is now removed. *MacDuffee.*

Cherubino, Salvatore: Sulle matrici permutabili o diagonalizzabili. Atti Accad. Peloritana Messina **37**, 299—308 (1935).

New proofs which hold for both finite and infinite matrices are given for a number of theorems (mostly known) about unitary equivalence and normal matrices. Thus if A is normal with characteristic root $a + ib$, then a is a root of its hermitian part and ib of its skew-hermitian part. *MacDuffee* (Madison).

Cherubino, Salvatore: Fonctions holomorphes de matrice. C. R. Acad. Sci., Paris **202**, 1892—1894 (1936).

Consider two matric variables $x = s + t$ and $y = \sigma + \tau$ where s, σ are hermitian and t, τ skew-hermitian. Then y is a holomorphic function of x if and only if $\partial\sigma/\partial s = \partial\tau/\partial t$ is hermitian, and $\partial\sigma/\partial t = \partial\tau/\partial s$ is skew-hermitian. These are the Cauchy-Riemann conditions for matrices of order 1. *MacDuffee* (Madison).

● **Chevalley, Claude: L'arithmétique dans les algèbres de matrices. (Actualités scient. et industr. Nr. 323. Exposés math. publiés à la mémoire de Jacques Herbrand. XIV.)** Paris: Hermann & Cie. 1936. 35 pag. Frcs. 10.—.

Die Arithmetik einer einfachen Algebra $\mathfrak{S}$ über einem Zahlkörper hat bekanntlich (vgl. z. B. H. Hasse, dies. Zbl. **1**, 198; Nehrkorn, dies. Zbl. **7**, 103) folgende

Eigenschaften: 1. Die Ideale bilden ein Gruppoid, derart, daß das Produkt $\mathfrak{AB}$, wenn es erklärt ist, mit dem Modulprodukt von $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}$ zusammenfällt, daß ferner die Linkseinheit $\mathfrak{O}$ eines Ideals $\mathfrak{A}$ mit der Linksordnung von $\mathfrak{A}$ übereinstimmt, also aus allen λ mit $\lambda\mathfrak{A} \subset \mathfrak{A}$ besteht (analog für Rechtseinheit $\mathfrak{O}'$), daß schließlich $\mathfrak{A}^{-1}$ aus allen μ besteht mit $\mu\mathfrak{A} \subset \mathfrak{O}'$, $\mathfrak{A}\mu \subset \mathfrak{O}$. 2. Ist $\mathfrak{A}$ Ideal, so ist jedes Element von $\mathfrak{S}$ Produkt eines Elementes aus $\mathfrak{A}$ und des Inversen eines Nichtnullteilers aus $\mathfrak{A}$. 3. Die Ideale mit der Linksordnung $\mathfrak{O}$ sind identisch mit den endlichen $\mathfrak{O}$-Moduln, die einen Nichtnullteiler enthalten. 4. In jeder Klasse von Links- (Rechts-) Idealen gibt es ein zu einem gegebenen ganzen Ideal primes ganzes Ideal. — Gibt es allgemein in einem nichtkommutativen Ring $\mathfrak{S}$ mit Einheitselement, dessen Nichtnullteiler stets Inverse haben, ein System von als „Idealen" bezeichneten Moduln mit den Eigenschaften 1 bis 4, so sagt Verf., daß in $\mathfrak{S}$ eine reguläre Arithmetik erklärt ist. — In dem Schiefkörper k sei eine reguläre Arithmetik erklärt, $\mathfrak{o}$ sei eine Einheit des Gruppoids, also eine Maximalordnung von k. Ein $\mathfrak{o}$-Linksmodul $\mathfrak{M}$ heiße regulär, wenn aus $\alpha u = 0$, $\alpha \subset \mathfrak{o}$, $u \subset \mathfrak{M}$ stets $\alpha = 0$ oder $u = 0$ folgt. Mit Hilfe des Satzes, daß jeder reguläre $\mathfrak{o}$-Modul $\mathfrak{M}$ vom Rang n Untermodul des Moduls $\mathfrak{M}_k$ der Linearformen in n Unbestimmten mit Koeffizienten aus k ist, wird in Verallgemeinerung eines Satzes von I. Schur [Math. Ann. **71**, 355ff. (1912)] gezeigt, daß jedes $\mathfrak{M}$ die Gestalt (1) $\mathfrak{M} = \mathfrak{o}u_1 \oplus \cdots \oplus \mathfrak{o}u_{n-1} \oplus \mathfrak{a}u_n$ hat, $\mathfrak{a}$ ein $\mathfrak{o}$-Linksideal, $u_i \subset \mathfrak{M}_k$. Im Anhang II wird daraus die von E. Steinitz [Math. Ann. **71**, 328; **72**, 297 (1912)] stammende Elementarteilertheorie in algebraischen Zahlkörpern neu hergeleitet. (1) wird aber vor allem verwendet, um die Arithmetik der Matrizenalgebra $\mathfrak{S}$ vom Grad n über k auf die von k zurückzuführen. $\mathfrak{M}_k$ wird als $\mathfrak{S}$-Rechtsmodul aufgefaßt. Sind $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{M}'$ zwei $\mathfrak{o}$-Moduln vom Range n, so ist die Gesamtheit der Elemente φ aus $\mathfrak{S}$ mit $\mathfrak{M}\varphi \subset \mathfrak{M}'$ ein Ideal $\{\mathfrak{M}, \mathfrak{M}'\}$ aus $\mathfrak{S}$. Es wird gezeigt, daß diese Ideale eine reguläre Arithmetik in $\mathfrak{S}$ bilden. Die Ideale $\mathfrak{O} = \{\mathfrak{M}, \mathfrak{M}\}$ werden die Maximalordnungen. Hält man $\mathfrak{M}$ fest, so erhält man, wenn $\mathfrak{M}'$ alle $\mathfrak{o}$-Moduln durchläuft, genau alle Ideale mit $\mathfrak{O}$ als Linksordnung. Dann und nur dann gehören $\{\mathfrak{M}, \mathfrak{M}'\}$, $\{\mathfrak{M}, \mathfrak{M}''\}$ zur selben Idealklasse, wenn $\mathfrak{M}', \mathfrak{M}''$ operatorisomorph sind. Aus (1) schließt man dann, daß die Anzahl der Klassen von Idealen mit der Linksordnung $\mathfrak{O}$ höchstens gleich der der Klassen von Idealen aus k mit der Linksordnung $\mathfrak{o}$ ist. Ist k kommutativ, so stimmen beide Anzahlen überein. Auch die Anzahl der Typen von Maximalordnungen in $\mathfrak{S}$ läßt sich für kommutatives k bestimmen, sie ist gleich dem Index $(\mathfrak{K} : \mathfrak{K}^n)$, $\mathfrak{K}$ die Gruppe der Idealklassen von k. Schließlich werden noch Beziehungen der Arithmetik in $\mathfrak{S}$ zur Arithmetik der maximalen kommutativen Teilkörper von $\mathfrak{S}$ untersucht.

G. Köthe (Münster i. W.).

Teller, James H. D.: A class of quaternion algebras. Duke math. J. **2**, 280—286 (1936).

Let $\mathfrak{A}$ be a rational generalized quaternion algebra with basis $1, i, j, ij$ where $i^2 = -1$, $j^2 = \alpha$, $ij = -ji$. It may be assumed that α is ± 1 or $\pm$ a product of distinct primes of the form $4n + 3$. The case $\alpha \equiv 1 \pmod 4$ was treated by Latimer (this Zbl. **13**, 50). The author obtains similar theorems for $\alpha \equiv 3 \pmod 4$, $\mathfrak{A}$ now being a division algebra. Latimer extended the theory of Lipschitz integral quaternions and Hermitian forms $axx' + bx'y + b'xy' + cyy'$. The present paper similarly extends the theory of Hurwitz integral quaternions and Hermitian forms $axx' + \frac{1}{2}bx'y + \frac{1}{2}b'xy' + cyy'$. Every indefinite primitive form of this type represents 1. If $\mathfrak{G}$ is the set of integral elements of $\mathfrak{A}$ containing the basis numbers, and if $\alpha > 0$, every ideal in $\mathfrak{G}$ is principal and $\mathfrak{G}$ has a factorization theory similar to that of quaternions.

MacDuffee (Madison).

Albert, A. Adrian: Simple algebras of degree p^e over a centrum of characteristic p. Trans. Amer. Math. Soc. **40**, 112—126 (1936).

Gegenstand der Arbeit sind die p-Algebren, das sind normale einfache Algebren vom p-Potenzgrad über einem Zentrum der Charakteristik $p \neq 0$ (vgl. Teichmüller,

dies. Zbl. **14**, 199). Aus der Tatsache, daß jede p-Algebra rein inseparable Zerfällungskörper hat (Albert, dies. Zbl. **9**, 195), wird in Verallgemeinerung eines früheren Resultates (dies. Zbl. **13**, 102) bewiesen, daß eine p-Algebra vom Grade p^e genau dann zyklisch ist, wenn sie einen rein inseparablen Teilkörper $F(y)$, $y^{p^e} = \gamma$ aus F, vom Grade p^e über dem Zentrum F enthält. Beweishilfsmittel sind die Sätze über elementweise vertauschbare Teilalgebren einer einfachen Algebra, die Theorie der p-zyklischen Körper bei Charakteristik p (Albert, dies. Zbl. **10**, 4; Witt, dies. Zbl. **13**, 196) und einige einfache Sätze über inseparable Körper, unter denen der folgende bemerkenswert ist: Ist Z/K separabel, $K = F(y)$, $y^{p^e} = \gamma$ in F, δ beliebig in K, so gibt es ein c in Z, so daß $\delta N_{Z/K}(c)$ den Körper K über F erzeugt. — Aus dem angeführten Satze werden Folgerungen gezogen: Das direkte Produkt zweier zyklischer p-Algebren ist wieder zyklisch. Jede p-Algebra ist einer zyklischen p-Algebra ähnlich. Der Exponent p^e einer p-Algebra ist durch den kleinstmöglichen Exponenten e eines rein inseparablen Zerfällungskörpers gegeben. Jede p-Algebra vom Exponenten p^e ist zu einem direkten Produkt $D_1 \times D_2 \times \cdots \times D_t$ von p-Divisionsalgebren D_i ähnlich, wo Exponent und Index von D_i gleich und nicht größer als p^e sind, während D_1 den Exponenten und Index p^e hat. Eine vom Verf. am Schluß ausgesprochene Vermutung ist nur eine schwächere Fassung dieses letzten Satzes. In der Formulierung von Theorem 2 ist ein Fehler unterlaufen; statt „Z_0 is the field of all quantities α^{p^e} of Z, α in Z“ muß es heißen: Z_0 is the field obtained from F by adjunction of all quantities α^{p^e}, α of Z. Dementsprechend sind Formulierung und Beweis von Theorem 3 abzuändern. *Deuring* (Leipzig).

Wichmann, Wolfgang: Anwendungen der p-adischen Theorie im Nichtkommutativen. Mh. Math. Phys. **44**, 203—224 (1936).

Teil I handelt von einer Art Trägheitsgruppen für Algebren. k sei ein $\mathfrak{p}$-adischer Zahlkörper, $\mathfrak{S}$ eine normale einfache Algebra über k, S die in $\mathfrak{S}$ enthaltene Divisionsalgebra und $\mathfrak{S}$ n'-reihiger Matrizenring in S. Ist W maximaler unverzweigter Teilkörper von S (Trägheitskörper nach Hasse), so ist W_n eine maximale einfache Teilalgebra von $\mathfrak{S}$, in der $\mathfrak{p}$ prim bleibt: Trägheitssystem. Wird als Hauptträgheitsgruppe Γ_T für eine Maximalordnung $\mathfrak{J}$ von $\mathfrak{S}$ die Gesamtheit aller α aus $\mathfrak{S}$ bezeichnet, für die $\alpha\mathfrak{J}\alpha^{-1} = \mathfrak{J}$, $\alpha\beta\alpha^{-1} \equiv \beta(\mathfrak{P})$ ($\mathfrak{P}$ das Primideal von $\mathfrak{J}$) für alle β aus $\mathfrak{J}$ gilt, so ist die Gruppe $\mathfrak{G}_T$ der W_n elementweise fest lassenden Automorphismen von $\mathfrak{S}/k$ — Trägheitsgruppe — isomorph zu der Faktorgruppe W^*/k^* ($W^* = W - \{0\}$, $k^* = k - \{0\}$), und W^* erweist sich als maximale abgeschlossene Untergruppe der Hauptträgheitsgruppe Γ_T. (Abgeschlossen heißt nach E. Noether eine multiplikative Untergruppe $\mathfrak{H}^*$ einer einfachen Algebra $\mathfrak{A}$, wenn sie aus den Nichtnullteilern einer einfachen Teilalgebra $\mathfrak{H}$ von $\mathfrak{A}$ besteht.) Alle maximalen abgeschlossenen Untergruppen von Γ_T gehen durch innere Automorphismen von $\mathfrak{S}$ auseinander hervor. Definiert man die Hauptverzweigungsgruppe Γ_V als die durch $\alpha\beta\alpha^{-1} \equiv \beta(\mathfrak{P}^2)$ gekennzeichnete Untergruppe von Γ_T, so wird die einzige maximale abgeschlossene Untergruppe von Γ_V gleich k^*, also die zugehörige Invariantenalgebra, das Verzweigungssystem, gleich der ganzen Algebra $\mathfrak{S}$. Die Übertragung aufs Große ist leicht: Γ_T wird wie oben definiert, $\mathfrak{H}_T$ ist eine maximale abgeschlossene Untergruppe von Γ_T, der Invariantenbereich $\mathfrak{S}_T$ von $\mathfrak{H}_T$ ist eine maximale einfache Teilalgebra von $\mathfrak{S}$, in der $\mathfrak{p}$ prim bleibt: Trägheitssystem $\mathfrak{S}_T$ im Großen. Entsprechend ergibt sich $\mathfrak{S}$ selbst als einziges Verzweigungssystem. — Teil II bringt zuerst die Darstellung der Zetafunktion einer Algebra über dem Körper der rationalen Zahlen durch die Zetafunktion des Zentrums, leitet dann aus dieser Darstellung die Funktionalgleichung ab; Vorzeichenvergleich mit der Heyschen Funktionalgleichung ergibt Teilaussagen der Hasseschen Summenformel (vgl. hierfür Zorn, dies. Zbl. **7**, 297; Deuring, Algebren, Erg. d. Math. **4**, 1, Kap. VII, § 8, 1—3). Weiter wird der Primidealsatz in der Gestalt

$$\sum_{N\mathfrak{p} \leqq x} 1 = x/\log x + O(x/\log^2 x)$$

für die unzerlegbaren Linksideale $\mathfrak{p}$ einer einfachen Algebra $\mathfrak{A}$ verallgemeinert; er folgt aus dem Primidealsatz für das Zentrum, weil für die Anzahl A der $\mathfrak{p}$, die ein Primideal $\mathfrak{p}_Z$ des Zentrums teilen, $A = (q^{g-1} - 1)/(q^{\varkappa} - 1)$ gilt, $q = N\mathfrak{p}_Z$, $(\mathfrak{A} : Z) = g^2$, $\varkappa$ der $\mathfrak{p}_Z$-Index von $\mathfrak{A}$. Schließlich wird bemerkt, daß ähnlich wie in Zahlkörpern für die Anzahl $H(x, \mathfrak{R})$ der ganzen Linksideale $\mathfrak{a}$ einer Klasse $\mathfrak{R}$ von $\mathfrak{A}$ mit

$$N\mathfrak{a} \leqq x \text{ die asymptotische Formel}$$

$$H(x, \mathfrak{R}) = \lambda x + O\left(x^{1-\frac{2}{n+1}}\right), \quad \neq \lambda x + O(x^{\delta}) \text{ für } \delta < \frac{1}{2} - \frac{1}{2n}$$

gilt, wo $\lambda = \operatorname{Res}_{s=1} \zeta(s, \mathfrak{R})$ und n der Rang von von $\mathfrak{A}$ über dem Körper rationalen Zahlen ist. Für $\mathfrak{A} = k\left(\sqrt{-1}\right)$ erhält man bekannte Gitterpunktsabschätzungen für den Kreis, für $\mathfrak{A}$ = gewöhnlicher Quaternionenkörper entsprechende Abschätzungen für die vierdimensionale Kugel. — Es muß noch bemerkt werden, daß der Schluß 3 beim Beweis von Satz 3, Teil I unvollständig ist, aber ergänzt werden kann, in ähnlicher Weise muß beim Beweis von Satz 4, Hilfssatz, noch gezeigt werden, daß ω_1 kein Nullteiler ist. *Deuring* (Leipzig).

Deuring, Max: Automorphismen und Divisorenklassen der Ordnung l in algebraischen Funktionenkörpern. Math. Ann. **113**, 208—215 (1936).

Für einen algebraischen Funktionenkörper einer Unbestimmten vom Geschlecht g über dem Körper aller komplexen Zahlen als Konstantenkörper folgt aus dem Abelschen Theorem und dem Jacobischen Umkehrsatz leicht, daß die Anzahl der Lösungen von $X^n = C$ in der Divisorenklassengruppe genau gleich n^{2g} ist. Sei jetzt K ein algebraischer Funktionenkörper einer Unbestimmten vom Geschlecht g über irgendeinem algebraisch-abgeschlossenen Konstantenkörper k. Um die Lösungsanzahlen T_n von $X^n = C$ in der Divisorenklassengruppe von K zu bestimmen, genügt es, für alle Primzahlen p die Lösbarkeit von $X^p = C$ nachzuweisen und die Lösungsanzahlen T_p von $X^p = 1$ zu bestimmen. Dann ist $T_n = \prod_{p \mid n} T_p^{\nu}$ für $n = \prod_{p \mid n} p^{\nu}$. Die Ergebnisse des Ref. für $g = 1$ (Abh. math. Semin. Hamburg. Univ. **10**, 325—348; Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, N. F. **1**, Fachgruppe I, 119—129; J. f. Math. **175**, 55—62; dies. Zbl. **11**, 197; **13**, 197) legen die Vermutung nahe, daß auch allgemein folgendes gilt:

$T_p = p^{2g}$, falls die Charakteristik von k von p verschieden ist,

$T_p = p^{\varrho}$ mit $0 \leqq \varrho \leqq g$, falls k die Charakteristik p hat.

Verf. zeigt hier, daß diese Vermutung im Einklang ist mit einem Satz, den er aus dem Verhalten der Divisorenklassen der Ordnung p von K bei einem Automorphismus σ der Ordnung p von K herleitet, und der die Anzahl T_p für K in Verbindung setzt mit der entsprechenden Anzahl für den Invariantenkörper K_0 des Automorphismus σ. Der Satz lautet folgendermaßen: Der algebraische Funktionenkörper K einer Unbestimmten über dem algebraisch-abgeschlossenen Konstantenkörper k sei separabel zyklisch vom Primzahlgrad p über K_0. t Primdivisoren von K_0 seien in K verzweigt; es sei $t > 0$. In K_0 sei jede Divisorenklasse nullten Grades p-te Potenz von genau p^{ϱ_0} Klassen. Hat k nicht die Charakteristik p, so ist jede Klasse nullten Grades von K die p-te Potenz von genau $p^{p\varrho_0+(p-1)(t-2)}$ Klassen; hat k die Charakteristik p, so ist jede Klasse nullten Grades von K die p-te Potenz von genau $p^{p\varrho_0+(p-1)(t-1)}$ Klassen. — Bei seinem Beweis wird der Normensatz von Tsen (Nachr. Ges. Wiss. Göttingen **1933**, 335—339; dies. Zbl. **7**, 294) angewendet. — In einem Zusatz bei der Korrektur stellt Verf. ohne Beweis fest, daß die Lösbarkeit von $X^p = C$ mittels der Methode des Ref. leicht allgemein beweisbar ist. — Es sei auch auf eine inzwischen erschienene Arbeit von Ref. und Witt (Mh. Math. Phys. **43**, 477—492; dies. Zbl. **13**, 341) hingewiesen, die mit dem hier behandelten Gegenstand in engem Zusammenhang steht. *H. Hasse* (Göttingen).

Zahlentheorie:

Sarantopoulos, Spyridion: Quelques théorèmes sur les nombres entiers. (*Athènes, 2.—9. IX. 1934.*) Actes Congr. Interbalkan. Math. 59—61 (1935).

Vorläufige Mitteilung ohne Beweis einiger Sätze über Divisoren gewisser Zahlformen, die aus der Theorie der Potenzreste im rationalen Zahlenkörper hergeleitet seien. Die beabsichtigten Anwendungen scheinen in Richtung des großen Fermatschen Satzes zu liegen. *Bessel-Hagen* (Bonn).

Gupta, Hansraj: Minimum partitions into specified parts. Amer. J. Math. 58, 573 bis 576 (1936).

The author studies the minimum weight $x+y+z$ of integers $\geqq 0$ satisfying $n = x + ay + bz$, a and b being given integers such that $1 < a < b$. The unique solution X, Y, Z such that $0 \leqq X < a$, $0 \leqq X + aY < b$ gives the minimum weight if $r = 0$ or if $q + r \geqq a$, where $b = qa + r$, $0 \leqq r < a$ (hence if $b \geqq a^2$). Otherwise, the least weight is given by $x = m$, $y = Y + jq + i$, $z = Z - j$, where

$$X + jr = ia + m,\ 0 \leqq m < r,\ j = [(ia - X + r - 1)/r],$$

and i is to be the positive integer giving $\Delta(i) = i(a-1) - j(q+r-1)$ its greatest value. An upper limit s to i is obtainable by comparing the continued fractions for a/r and $(a-1)/(q+r-1)$. A table of values s is given for $a = 2^u$, $b = 3^u$, $u \leqq 36$; and when $u = 13$ of sets of values X for which $\Delta(i)$ has the same maximum value. *G. Pall* (Montreal).

Hua, Loo-keng: On Waring's problem with polynomial summands. Amer. J. Math. 58, 553—562 (1936).

Gelbcke's method (cf. this Zbl. 3, 150) for $P(x) = x^k$ is extended to any integral-valued polynomial $P(x) = \alpha_0 x^k + \cdots + \alpha_k$, α_i rational, $\alpha_0 > 0$. Let d be the l. c. d. of the α_i. If $k \geqq 3$ and $s \geqq K(k-2) + 5$, the number of representations of n as a sum of s values of $P(x)$ for integers $x \geqq 0$ is given by

$$\alpha_0^{-sa} P^s (1+a) \{P(sa)\}^{-1} \mathfrak{S}_n n^{sa-1}$$

with an error $< c_1 n^{sa-1-a/K+\varepsilon}$, where $K = 2^{k-1}$, $a = 1/k$, $c_1 = c_1(P, s, \varepsilon) > 0$, $\mathfrak{S}_n = A(1) + A(2) + \cdots$, $A(q) = (1/q^{*s}) \sum S_\varrho^s \varrho^{-n}$ (summation over all primitive q-th roots ϱ of unity), $q^* = q\, d_q$, (where $d = d_q\, d'$, $(d', q) = 1$, $p \mid q$ if $p \mid d_q$), and $S_\varrho = \sum \varrho^{P(z)}$ (summation over $z = 1, \ldots, q^*$). *G. Pall* (Montreal).

Pillai, S. S.: On Waring's problem. J. Indian Math. Soc., N. s. 2, 16—44 (1936).

Let $l = [(\frac{3}{2})^n]$, $j = [(\frac{4}{3})^n]$, and $r = 3^n - l \cdot 2^n$. The author proves: (1) If $n \geqq 30$ and $r \leqq 2^n - l - 3$, then $g(n) = 2^n + l - 2$. (2) If $r \geqq 2^n - l$ then $g(n) \geqq 2^n + l + j - 3$. (3) $g(n) = 2^n + l + O(j)$. (4) When $8 \leqq n \leqq 100$, $g(n) = 2^n + l - 2$. (5) If $K(x)$ denotes the number of n's less than x for which $g(n) = 2^n + l - 2$, then

$$K(x) \geqq \frac{\log 4 - \log 3}{\log 3} x + O(1).$$

The work for large integers follows the Vinogradoff method. Let $\log \beta = \frac{25 n^{5\frac{1}{6}}}{2}$. Then, if $n \geqq 8$, every integer $\geqq \beta$ is the sum of $(2^n + l - 2)$ n-th powers. The integers $\leqq \beta$ are considered by a method of ascents. The paper concludes with a table of the values of 2^n, l and r for $n \leqq 100$. *Wright* (Aberdeen).

Chowla, S.: Pillai's exact formula for the number $g(n)$ in Waring's problem. Proc. Indian Acad. Sci., Sect. A 3, 339—340 (1936).

With the notation of the preceding abstract, Pillai has shown that, if

$$(\tfrac{4}{3})^n + 2(\tfrac{5}{4})^n \leqq r \leqq 2^n - (\tfrac{3}{2})^n - (\tfrac{4}{3})^n - 2(\tfrac{5}{4})^n, \tag{1}$$

then, for $n > n_0$, $g(n) = 2^n + l - 2$. The author shows that (1) is true for infinitely many n. This he deduces from the theorem: Let $f(n)$ denote the fractional part of $(\frac{3}{2})^n$. Then the inequality $\frac{1}{6} \leqq f(n) \leqq \frac{5}{6}$ is true for infinitely many n. *Wright* (Aberdeen).