

## Werk

**Titel:** Mengenlehre und reelle Funktionen (s. a. Geometrie).

**Jahr:** 1935

**PURL:** https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?245319514\_0010|log84

## **Kontakt/Contact**

<u>Digizeitschriften e.V.</u> SUB Göttingen Platz der Göttinger Sieben 1 37073 Göttingen

daß  $\Omega$  mindestens die Dimension m hat. — Zusatz: Der Fall n = m kann nur eintreten, wenn  $\mathfrak{G}$  kompakt ist.  $van \ der \ Waerden \ (Leipzig)$ .

Weil, André: Démonstration topologique d'un théorème fondamental de Cartan. C. R. Acad. Sci., Paris 200, 518-520 (1935).

E. Cartan hat bewiesen: Ist G eine halbeinfache Liesche Gruppe und g eine maximale abelsche Untergruppe, so ist jede abelsche Untergruppe g' von G zu einer Untergruppe von g konjugiert. Dieser Satz wird für geschlossene Liesche Gruppen mit Hilfe der topologischen Theorie der Fixpunkte neu bewiesen. van der Waerden.

Knebelman, M. S.: Classification of Lie algebras. Ann. of Math., II. s. 36, 46-56 (1935).

Wenn n-r, aber nicht weniger infinitesimale Erzeugende  $X_i$  zusammen mit ihren iterierten Klammern  $[X_i,X_j]$ , usw. eine n-parametrige Infinitesimalgruppe erzeugen, so heißt diese Gruppe vom Geschlecht r. Es ist  $r \le n-2$ , aber hier wird nur der Fall r < n-2 betrachtet. Die Gruppe ist dann von ihrer Derivierten verschieden, also nicht halbeinfach, und ihre Strukturkonstanten können in der Gestalt

$$c^i_{j\,k} = \sum_{k=1}^{r} p^{\lambda}_{j\,k} \, \delta^i_{\lambda} + \delta^i_{j} \, \delta^n_{k} - \delta^i_{k} \, \delta^n_{j} \quad \text{oder} \quad = \sum_{k=1}^{r} p^{\lambda}_{j\,k} \, \delta^i_{\lambda}$$

angenommen werden. Es gibt einen r-parametrigen Normalteiler, dessen Strukturkonstanten die  $p_{jk}^{r}$  sind. Die Gruppen vom Geschlecht Null oder Eins werden vollständig, die vom Geschlecht 2 unvollständig aufgezählt. v.d. Waerden (Leipzig).

## Mengenlehre und reelle Funktionen.

Hall, P.: On representatives of subsets. J. London Math. Soc. 10, 26-30 (1935). Ist S die Vereinigungsmenge von Mengen  $T_1, \ldots, T_m$  und zugleich von endlich oder unendlich vielen elementefremden Klassen  $S_1, S_2, \ldots$ , so gibt es dann und nur dann ein Repräsentantensystem  $a_1, \ldots, a_m$  mit Elementen  $a_i \subset T_i$  aus m verschiedenen Klassen  $S_j$ , wenn die Vereinigungsmenge von je k formal verschiedenen  $T_i$ , für  $1 \le k \le m$ , niemals in der Vereinigungsmenge von k-1 Klassen  $S_j$  enthalten ist. Hat jedes S, genau ein Element, so liefert dieser Satz die Bedingung für die Existenz von Repräsentantensystemen mit lauter verschiedenen Elementen. Sind die Mengen Ti elementefremde Klassen  $S'_i$ , so erhält man die Bedingung für die Existenz gemeinsamer Repräsentantensysteme zweier Klasseneinteilungen, von denen die eine aus endlich vielen Klassen besteht. Stets ist diese Bedingung erfüllt, wenn S endlich ist und jede Klasse beider Einteilungen genau n Elemente hat. Für diesen Sonderfall sind mehrere Beweise bekannt [D. König, Math. Ann. 77, 453—465 (1916); B. L. van der Waerden, Hamburg. Abh. 5, 185-188 (1927); E. Sperner, ebenda S. 232]. Das Theorem von P. Hall ist eine starke Verallgemeinerung dieses Satzes. Es sagt aber nichts aus, wenn S unendlich ist und auf zwei Arten in elementefremde endliche Klassen zerlegt wird. In diesem Falle hat B. L. van der Waerden (l. c. 5, 187) ein weitergehendes Resultat erzielt, das auf einem topologischen Satz von D. König und St. Valko [Math. Ann. 95, 135—138 (1925)] beruht. Friedrich Levi (Leipzig).

Shao-Lien-Chow, M.: Sur certains ensembles finis. Bull. sci. École polytechn. Timisoara 5, 150—151 (1934).

Wenn die ebene Punktfolge  $\{P_n\}$  konvergiert und eine Halbtangente besitzt, so kann man trivialerweise eine Teilfolge auswählen, die die Eckpunkte eines konvexen Polygons bildet. Daher: Enthält jeder konvexe Streckenzug höchstens endlich viele Punkte von E, so ist E endlich.

W. Feller (Stockholm),

Sierpiński, W.: Remarque sur une classe d'ensembles de mesure nulle. C. R. Soc. Sci. Varsovie 27, 1—2 (1934) [Polnisch].

A linear set E satisfies the condition (C) if, for every infinite sequence  $a_1, a_2, a_3, \ldots$ , of real positive numbers, there is an infinite sequence of intervals,  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \ldots$ ,

covering E, such that the length of the interval  $\delta_n$  is  $a_n$  for  $n = 1, 2, 3, \ldots$  If  $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ , there is a linear set, non-enumerable and of measure zero, which does not contain a non-enumerable subset satisfying condition (C).

Chittenden (Iowa).

Sierpiński, W.: Sur un problème concernant les familles indénombrables d'ensembles de mesure positive. C. R. Soc. Sci. Varsovie 27, 73—75 (1934) [Polnisch].

If  $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ , there is a non-enumerable family F of linear perfect sets of positive measure such that every product of a non-enumerable infinity of sets of the family F is null. Also, there is no perfect set P of positive measure such that mes EP = mes P for a non-enumerable infinity of sets E of the family F. Chittenden (Iowa).

Sierpiński, W.: Remarque sur un théorème de M. Lusin concernant les suites stationnaires. Fundam. Math. 24, 309—310 (1935).

Ruziewiez, Stanisław: Sur la séparabilité multiple des ensembles. Fundam. Math. 24, 199—205 (1935).

Beweis des auf beliebiges  $n < \infty$  verallgemeinerten II. Lusinschen Separationsprinzips für Mengenklassen, die in bezug auf Addition und Multiplikation von endlich vielen Mengen invariant sind und zugleich obigem Prinzip für n=2 genügen. Ist nämlich  $\Phi$  eine solche Mengenklasse, so gibt es zu jeder endlichen Folge ihrer Mengen

 $A_1, A_2, \ldots, A_n$  eine Folge ebenso vieler Mengen  $K_1, K_2, \ldots, K_n$  derart, daß  $\prod_{i=1}^n K_i = 0$  ist und für jedes  $i = 1, 2, \ldots, n$  die Beziehungen  $A_i - \prod_{i=1}^n A_i \subset K_i$  und  $CK_i \in \Phi$  gelten (dabei bezeichnet CX die Komplementärmenge von X). Für  $n = \infty$  besteht der Satz nicht mehr; die Verallgemeinerungen von P. Novikov aufs Unendliche (vgl. dies. Zbl. 10, 56 u. 155) beruhen auf anderen Voraussetzungen. B. Knaster (Warszawa).

Malehair, Henri: Sur les suites transfinies absolument convergentes. Bull. Soc. Roy. Sci. Liége 3, 229—231 (1934).

Extension aux suites transfinies absolument convergente [Bull. Soc. Roy. Sci. Liége 3, 133 (1934); ce Zbl. 9, 304] du théorème suivant: Une suite infinie absolument convergente et présentant indéfiniment des termes de l'un et de l'autre signe, ne peut tendre que vers zéro.

E. Blanc (Paris).

Malchair, Henri: Quelques propriétés des suites et des séries transfinies. C. R. Soc. Sci. Varsovie 27, 51—56 (1934).

On trouve les définitions et les théorèmes de cette note aussi dans une note de l'auteur parue dans le Bull. Soc. Roy. Sci. Liége 3, 133—140 (1934); voir ce Zbl. 9, 304.

J. Ridder (Groningen).

McShane, E. J.: Extension of range of functions. Bull. Amer. Math. Soc. 40, 837—842 (1934).

S sei ein metrischer Raum mit der Entfernungsfunktion  $\underline{r()}$ . f(P) sei reell und auf der Menge  $E \subset S$  definiert, und es werde gesetzt:  $\omega_0(t) = \overline{\lim} |f(P) - f(Q)|$ , wo der  $\overline{\lim}$  zu bilden ist für  $P, Q \subset E$  und  $r(P,Q) \leq t$ .  $\omega(t)$  heißt ein Stetigkeitsmodul (modulus of continuity) von f(x), wenn  $\omega(t) \geq \omega_0(t)$  ist. Es gilt dann: wenn f(x) einen (für t > 0) konvexen Stetigkeitsmodul  $\omega(t)$  besitzt mit  $\omega(t + 0) = 0$ , kann es so in den ganzen Raum S fortgesetzt werden, daß  $\omega(t)$  Stetigkeitsmodul für die fortgesetzte Funktion bleibt. Hierin liegen die bekannten Sätze über Fortsetzbarkeit stetiger Funktionen, sowie z. B. die Fortsetzbarkeit unter Erhaltung einer Hölderbedingung  $|f(P) - f(Q)| \leq M \cdot r^{\alpha}(P,Q)$   $(0 < \alpha \leq 1)$ . Busemann (Kopenhagen).

Jarník, Vojtěch: Sur la dérivée approximative unilatérale. Sonderdruck aus: Mém. Soc. Roy. sci. Bohême. 10 S. (1934).

En s'appuyant sur la méthode de Baire l'auteur établit l'existence d'une fonction F(t) continue dans (0, 1) et jouissant des propriétés suivantes:  $1^{\circ}F(t)$  ne possède de derivée approximative, même unilatérale, finie en aucun point de l'intervalle;  $2^{\circ}$  cependant, en désignant par  $F_{ap}^{-}(t)$  et  $F_{ap}^{-}(t)$  respectivement