Werk

Titel: Algebraische Kurven und Flächen:

Jahr: 1931

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?245319514_0001|log351

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

spezialisiert und zum Beweise einer Anzahl von Sätzen über Quadrupel linear-abhängiger Geraden der Tetraedergeometrie verwandt. *E. A. Weiss* (Bonn).

Takasu, Tsurusaburo: Erweiterung von tetraedrischen Polen und Polaren zum Falle der Geradenquadrupel in hyperboloidischen Lagen. Sci. Rep. Tôhoku Univ. (Math. etc.) **20**, 71—96 (1931).

Zu einer Geraden l_0, die durch den Eckpunkt p_0 eines Tetraeders p_0, p_1, p_2, p_3 läuft, wird eine Gerade g_0 der gegenüberliegenden Tetraederebene folgendermaßen konstruiert: l_0 wird mit den 3 Kanten $\hat{p_0 p_i}$ verbunden und die Verbindungsebenen werden mit den gegenüberliegenden Kanten zum Schnitt gebracht. Die Schnittpunkte seien p_{23}^0, p_{31}^0, p_{12}^0. Dann wird zu p_{23}^0 der Punkt $p_{23}^{0\prime}$ gesucht, welcher p_{23}^0, p_2, p_3 zu einem Punktquadrupel mit vorgeschriebenem Doppelverhältnis $\varrho_{23}^{0(2)} : \varrho_{23}^{0(3)}$ ergänzt. Entsprechend ergeben sich die übrigen Punkte $p_{ik}^{0\prime}$. Genügen nun die Doppelverhältnisse einer bestimmten Bedingung, so liegen die Punkte $p_{23}^{0\prime}$, $p_{31}^{0\prime}$, $p_{12}^{0\prime}$ auf einer Geraden g_0. Geht man jetzt von 4 Geraden l_i durch die 4 Tetraedereckpunkte aus, so kann man dadurch, daß man die 12 Doppelverhältnisse vier weiteren Bedingungen unterwirft, erreichen, daß 4 linear abhängigen Geraden l_i 4 linear abhängige Geraden g_i zugeordnet werden. So entsteht eine „Polaritätsbeziehung" zwischen hyperboloidischen Geradenquadrupeln l_i und g_i, die dazu benutzt wird, aus bekannten hyperboloidischen Geradenquadrupeln neue Quadrupel derselben Art abzuleiten. *E. A. Weiss* (Bonn).

Bottema, O.: Über Moebius-Tetraeder. Nieuw Arch. Wiskde **17**, 71—86 (1931) [Holländisch].

Neuberg hat gefunden, daß es möglich ist, auf jeder von 4 Geraden l_i 2 Punkte A_i und B_i so zu bestimmen, daß die Tetraeder A und B Moebius-Lage haben; wir haben dann eine Moebius-Figur, die in dem Geradenquadrupel beschrieben ist. Verf. findet, daß die Grassmannschen Doppelverhältnisse eines Geradenquadrupels, in welchem eine reelle Moebius-Figur beschrieben werden kann, positiv sind und umgekehrt. Dies ist der Fall, wenn a) die beiden Transversalen des Quadrupels konjugiert imaginär sind und b) die Transversalen reell und verschieden sind und die Quadrupla $P_1 P_2 P_3 P_4$ und $Q_1 Q_2 Q_3 Q_4$ der Schnittpunkte dieser Transversalen mit l_1, l_2, l_3, l_4 so sind, daß P_4 und Q_4 in übereinstimmenden bzw. durch P_1, P_2, P_3 und Q_1, Q_2, Q_3 bestimmten Intervallen liegen. Die projektiven Eigenschaften einer Moebius-Figur werden vollständig charakterisiert von den Grassmannschen Doppelverhältnissen der Geraden $A_i B_i$. Verf. betrachtet die 4 Punkte A_i $t = \infty$, 0, 1, d der Kurve $x = t^3$, $y = t^2$, $z = t$, $w = 1$ und die 4 Eckpunkte des Tetraeders, das gebildet wird von den Oskulationsebenen in den Punkten A_i. Beide Tetraeder haben 9fache hyperboloidische Lage, wenn das Doppelverhältnis der Punkte A_i äquianharmonisch, und 5fache hyperboloidische Lage, wenn das Doppelverhältnis der Punkte A_i harmonisch oder $= \frac{1}{2}(5 + \sqrt{21})$ ist. Ferner findet Verf., daß mit jedem Quadrupel von windschiefen Geraden (mit positiven Grassmannschen Doppelverhältnissen) 4 reelle lineare Komplexe invariant verbunden sind. Jede in dem Quadrupel beschriebene Moebius-Figur kann auf 4 Arten in Moebius-Tetraeder verteilt werden, die 2 Tetraeder einer bestimmten Verteilung sind durch einen der 4 Komplexe einander zugeordnet. Diese Komplexe enthalten alle beide Transversalen des Quadrupels. Verf. interpretiert dieses Resultat mit Hilfe der Abbildung der linearen Komplexe auf die Punkte eines Raumes R_5. *Schaake.*

Todd, J. A.: On twisted cubic curves which satisfy twelve conditions. Proc. roy. Soc. Lond. A **131**, 286—306 (1931).

Zweck dieser Abhandlung ist die Bestimmung der Zahlen kubischer Raumkurven, welche der Bedingung $P^\alpha B^\beta \Gamma^\gamma$ $(2\alpha + 2\beta + \gamma = 12, \gamma \neq 0)$ genügen. Diese Bedingung ist zusammengesetzt aus den folgenden Bedingungen: 1. Γ, daß die Kurve eine gegebene Gerade schneide; 2. B, daß sie eine gegebene Doppelsekante habe; 3. P, daß sie durch einen gegebenen Punkt gehe. Einige dieser Zahlen sind schon berechnet von Sturm, Schubert und van Kol; für die komplizierteren dieser Resultate gibt Verf. eine einfachere Bestimmung. Er betrachtet auch die Bedingungen Q, dafür, daß die

Kurve durch einen gegebenen Punkt gehe und eine gegebene diesen Punkt enthaltende Doppelsekante habe und R, daß sie durch einen gegebenen Punkt gehe und zwei diesen Punkt enthaltende Doppelsekanten habe. Im ersten Teil gibt Verf. Bestimmungen der Zahlen $P^3 B^2 l^2$, $P^5 l^2$ und $P^4 l^4$ und beschreibt 4 Cremona-Transformationen, mit deren Hilfe er viele der einfacheren Fälle erledigt. Im zweiten Teil berechnet er die übrigen Zahlen durch Ausartungen, aber ohne symbolischen Kalkül z. B. $P^2 B^2 l^4$ durch Wahl von b_1, l_1, l_2 in einer Ebene und $B^2 l^8$ durch Wahl einer Geraden B und von 2 Geraden l in einer Ebene. Zur Berechnung der Zahl $P^2 l^8$ werden für die 2 Punkte P und die 8 Geraden l bzw. 2 Punkte und 8 Geraden einer kubischen Fläche gesetzt und zur Berechnung der Zahl $P l^{10}$ werden für den Punkt P und 9 Geraden l bzw. 1 Punkt und 9 Geraden einer kubischen Fläche gewählt. Die Zahl l^{12} wird berechnet, indem vorausgesetzt wird, daß 10 Geraden l eine Doppelfünf einer kubischen Fläche bilden. Zum Schluß gibt Verf. eine Tafel von Zahlen kubischer Raumkurven, welche Bedingungen genügen, die zusammengesetzt sind aus P, Q, R, B und l. *Schaake* (Groningen.)

Milne, William P.: The tritangent circles of the circular quartic curve. J. Lond. math. Soc. **6**, 90—95 (1931).

Aus der Umkehrung des Abelschen Theorems folgt, daß es 64 Kreise gibt, welche eine zirkulare biquadratische Kurve vom Geschlechte 3 dreimal berühren. Verf. betrachtet diese Kreise vom geometrischen Standpunkt und findet Eigenschaften dieser Kreise, welche nicht mit Hilfe der Funktionentheorie gefunden sind. Er beweist die folgende Eigenschaft: „Wenn zwei biquadratische Kurven Γ und Ψ sich in 8 Punkten berühren, so schneidet eine kubische Kurve durch diese 8 Punkte Γ und Ψ in vier Berührungspunkten mit einem Kegelschnitte; die beiden berührenden Kegelschnitte U, U' berühren einander in zwei Punkten der kubischen Kurve. Wenn zwei solche kubische Kurven gezeichnet sind, so liegen die 8 Berührungspunkte der Kegelschnitte U, W mit Γ auf einem Kegelschnitte V und die 8 Berührungspunkte der Kegelschnitte U', W' mit Ψ auf einem Kegelschnitte V'; ein Kegelschnitt des Büschels (V, V') besteht aus den Berührungssehnen von U, U' und von W, W'." Verf. betrachtet den Fall, daß Γ zirkular ist und Ψ aus zwei Γ dreimal berührenden Kreisen besteht und findet so außer der Zahl 64 der Γ dreimal berührenden Kreise, mehrere Eigenschaften dieser Kreise. Er beweist auch, daß eine parabolische zirkulare biquadratische Kurve 36 eigentliche dreimal berührende Kreise hat. Der Kegelschnitt C durch die drei Berührungspunkte eines solchen Kreises und die zwei Berührungspunkte einer Doppeltangente begegnet die biquadratische Kurve noch in drei Punkten, in welchen sie berührt wird von einer Parabel, deren Achse parallel ist zu der Richtung des unendlich fernen Berührungspunktes dieser Kurve. Der Kegelschnitt C begegnet dem Kreis noch in einem vierten Punkte; die Tangente in diesem Punkte ist parallel zu der Doppeltangente, welche die Parabel in dem vierten Punkte berührt, in welchem C ihr begegnet.

G. Schaake (Groningen).

Grosheide, G. H. A.: Anzahlen n-Strahlenfächer in einem Strahlenkomplex n-ten Grades. Nieuw Arch. Wiskde **17**, 62—66 (1931) [Holländisch].

Es gibt n Strahlen eines Komplexes n-ten Grades, welche durch einen gegebenen Punkt P gehen und in einer gegebenen Ebene durch P liegen. Der Komplex enthält ∞^5 solche „n-Strahlenfächer". Untersucht werden die Anzahlen dieser Fächer, welche verschiedenen, 5fachen Bedingungen genügen. Die von Schubert herrührenden Formeln werden nach einer anderen Methode neu gewonnen. *O. Bottema.*

Marletta, Giuseppe: Nell'S_r un notevole $(r-1)$-complesso di C^r razionali normali. Atti Accad. Gioenia Catania **18**, mem. II, 1—10 (1931).

Le curve C^r razionali normali di S_r che passano per $r+1$ punti indipendenti $P_i (i = 1, 2, \ldots, r+1)$, e che si appoggiano in $r-1$ punti variabili ad uno spazio Σ ad $r-2$ dimensioni (assegnato in S_r in modo generico), sono ∞^{r-1}, e possono tutte ottenersi come intersezioni — fuori di Σ — di $r-1$ iperquadriche indipendenti passanti per questo spazio e per i punti P_i. Le iperquadriche di S_r che soddisfanno a tali