Werk

Titel: Analytische, projektive, nichteuklidische Geometrie:

Jahr: 1931

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?245319514_0001|log176

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

und die 3 Ebenen

$$\begin{pmatrix} p_1 & p_2 & p_3 & x \\ \pi_3 & \pi_2 & \pi_1 & \xi \end{pmatrix} = 0; \quad \begin{pmatrix} p_1 & p_2 & p_3 & x \\ \pi_2 & \pi_1 & \pi_3 & \xi \end{pmatrix} = 0; \quad \begin{pmatrix} p_1 & p_2 & p_3 & x \\ \pi_1 & \pi_3 & \pi_2 & \xi \end{pmatrix} = 0$$

je durch eine Gerade. Diese beiden Geraden sind zueinander polar in bezug auf die F_2 und schneiden aus der F_2 die Hesseschen Geradenpaare der beiden Geradentripel aus.

Haack (Danzig).

Roeser, E.: Polare Figuren in der hyperbolischen Ebene. Jber. dtsch. Math.ver.igg. **40**, 102—107 (1931).

Der Verf. gibt eine Methode, um im Lobatschewskijschen Raum die Gleichungen der verschiedenen Vielecke zu finden. Die Methode wird auf eine Abbildung einer Ebene auf eine andere begründet. Wenn E und E' 2 Ebenen sind, die zu einer Geraden senkrecht stehen, so zieht man alle Lote zur Ebene E, welche die Ebene E' in Punkten schneiden, die den Punkten der Ebene E entsprechen. Damit bilden sich alle reellen Punkte der Ebene E' auf das Innere eines Kreises C ab, der das Bild der unendlich fernen Punkte der Ebene E' ist. Die Entfernung zweier Punkte in E' stimmt mit derjenigen der entsprechenden Punkte in E überein, wenn die letztere durch projektive Maßbestimmung in bezug auf den Kreis C berechnet ist. Sind P und P_i 2 polarkonjugierte Punkte in bezug auf den Kreis C in E, so ist die Entfernung der entsprechenden Punkte P' und P_i' in E' gleich $\pi i/2$. Auf Grund dieser Abbildung erhält man aus den gewöhnlichen Dreiecksgleichungen der Lobatschwskijschen Ebene die Gleichungen der anderen Vielecke. Zum Schluß wird gezeigt, daß die benutzte Abbildung ein spezieller Fall einer allgemeinen Abbildung der Ebene E' auf die Kugel durch Projektion aus dem Zentrum ist.

Nil Glagoleff (Moskau).

Sz. Nagy, Julius v.: Einige Sätze über ebene Elementarkurven. Acta litter. ac Scient. regiae univ. hungaricae (Szeged), Sect. Sci. math. **5**, 83—89 (1931).

Die Arbeit enthält zunächst neue Beweise folgender (bekannter) Sätze: 1. Eine ebene Kurve ohne Punkt- und Tangentensingularitäten ist von zweiter Ordnung und Klasse; gleiches gilt sogar für Kurven ohne Spitzen und ohne Tangentensingularitäten bzw. für Kurven ohne Wendetangenten und ohne Punktsingularitäten. 2. Eine ebene Kurve mit Spitzen erster Art ohne andere Punkt- und Tangentensingularitäten hat genau drei Spitzen und ist von dritter Klasse; Entsprechendes gilt für die dualen Kurven. Verf. folgert diese Sätze einmal durch Spezialisierung aus dem folgenden: Besitzt eine Kurve ohne Doppelpunkte und Wendetangenten r Spitzen erster Art, so ist sie vom Maximalklassenindex und für ihre Klasse n, für ihr Geschlecht p und für die Anzahl t ihrer Doppeltangenten gilt: Entweder $n = r + 2, p = 0, t = r(r + 1):2$ oder $n = r, p = 1, t = r(r - 3):2$. [Die Kurve von der Klasse n hat das Geschlecht p, wenn die Menge derjenigen Punkte $(p + 1)$-fach zusammenhängend ist, durch welche $n - 2$ Tangenten der Kurve gehen.] Eine zweite vom Verf. angegebene Beweisanordnung gründet sich auf einfache Stetigkeitsbetrachtungen. — Weiter wird folgende Verallgemeinerung eines vom Verf. früher bewiesenen Satzes [diese Acta **2**, 65—68 (1924)] ausgesprochen: Vor.: Die im Endlichen gelegene Kurve C_m der Klasse m besitze keine Wendetagenten. C_m habe mit der Kurve C_k von der Klasse k und mit den Wendetangenten von C_k keine Punkte gemeinsam. Durch einen Punkt von C_m bzw. von C_k sollen k bzw. m verschiedene Tangenten von C_k bzw. C_m gehen. Beh.: Die Anzahl der gemeinsamen Tangenten beider Kurven ist $m \cdot k$. — Es sei noch bemerkt, daß es sich durchweg um reelle, stückweise konvexe Kurven (stetige, eindeutige Kreisbilder) mit (stetiger) Tangente handelt.

Haupt (Erlangen).

Arvesen, Ole Peder: Sur un théorème de Duhamel. Forh. norske Vidensk. **3**, 167 bis 169 (1931).

Eine ebene algebraische Kurve der Klasse m ist gegeben, mit der Enveloppengleichung:

$$\varphi_r(uv) + \varphi_{r+1}(uv) + \cdots + \varphi_m(uv) = 0, \ (r \geqq 1),$$

so daß die unendlichferne Gerade der Ebene eine r-fache Tangente der Kurve ist. Wenn die Summe der Krümmungsradien der Kurve, in allen eigentlichen Punkten, wo die Tangente eine gegebene Richtung besitzt, gleich Null ist, so ist auch der Schwerpunkt der Berührungspunkte all jener Tangenten ein fester Punkt der Ebene, und umgekehrt. Die analytische Bedingung, die alles das ausdrückt, ist die Teilbarkeit von φ_{r+1} durch φ_r; für $r=0$ wäre sie immer erfüllt, und führte zu zwei bekannten Sätzen von Chasles und Duhamel. Zum Beweise werden die polaren Linienkoordinaten p, β einer Gerade $x\cos\beta + y\sin\beta - p = 0$ eingeführt.

E. G. Togliatti (Genova).

Kubota, Tadahiko: Einige Bemerkungen zur Theorie der algebraischen Kurven. Tôhoku math. J. **33**, 252—253 (1931).

Der Verf. gibt einen einfachen Beweis des folgenden Satzes von H. M. Taylor: „Der Chaslessche Mittelpunkt einer algebraischen ebenen Kurve, das ist das von der Richtung unabhängige Zentrum der mittleren Entfernung der n Berührungspunkte der parallelen Tangenten dieser Kurve, stimmt mit dem Zentrum der mittleren Entfernung der n reellen Brennpunkte überein." Hierzu gebraucht er den Hilfssatz: „Die ersten Polaren der unendlich fernen Geraden in bezug auf die konfokalen algebraischen ebenen Kurven n-ter Klasse sind auch konfokal."

Auch zeigt Verf., daß der Satz von M. Fujiwara: „Die Wurzelpunkte von $f^{(k)}(x)$ sind die Brennpunkte der k-ten polaren Kurve $n-k$-ter Klasse der Kurve n-ter Klasse, welche aus den n-Wurzelpunkten von $f(x) = 0$ besteht, in bezug auf die unendlich ferne Gerade", beim Gebrauch des Hilfssatzes aus dem Van den Bergschen Satz (Spezialfall für $k=1$) hergeleitet werden kann.

G. Schaake (Amsterdam).

Lasley jr., J. W.: Penosculating conics of a plane curve. Bull. amer. math. Soc. **37**, 76—82 (1931).

The author gives a construction of penosculating conics at an ordinary point of the given plane curve generalizing the Transon's construction of osculating parabolas. The author gives his construction for all the family of penosculating conics and studies the special cases of penosculating parabolas, equilateral Hyperbolas and the Ellipse of Minimum Ecentricity.

Nil Glagoleff (Moskau).

Waerden, B. L. van der: Zur Begründung des Restsatzes mit dem Noetherschen Fundamentalsatz. Math. Annalen **104**, 472—475 (1931).

Soit $f=0$ l'équation d'une courbe algébrique n'admettant que des points multiples à tangentes distinctes. Si en un point s-uple (a, b) chaque branche B_i de f est rencontrée avec les ordres de multiplicité μ_i par la courbe $\varphi=0$ et $s-1+\mu_i$ au moins par la courbe $F=0$, M. van der Waerden montre que l'on a $F = Pf + R\varphi$, P et R désignant des sériés en $x-a$, $y-b$. Cette condition suffisante pour que soient vérifiées, en chaque point commun (a, b) aux courbes $f=0$ $\varphi=0$, les hypothèses bien connues du Théorème de Noether, permet de démontrer avec précision le Théorème du Reste, sans aucune restriction sur les singularités de la courbe variable $\varphi=0$. D'une manière plus générale, lorsque la courbe $f=0$, en chaque point multiple, admet des tangentes quelconques tout en ne possédant que des branches simples, si chaque branche B_i est coupée avec les ordres de multiplicité μ_i par $\varphi=0$, λ_i par l'ensemble des autres branches de $f=0$, $\lambda_i+\mu_i$ au moins par la courbe $F=0$, on a encore $F = Pf + R\varphi$.

P. Dubreil (Göttingen).

Hollcroft, Temple Rice: Invariants associated with singularities of algebraic curves. Acta Math. (Uppsala) **56**, 261—272 (1931).

Pour qu'une courbe algébrique possède une singularité donnée, il faut et il suffit qu'un certain nombre I_p en coordonnées ponctuelles, I_l en tangentielles, de fonctions des coefficients appelées invariants associés à la singularité, soient nulles. Pour un point multiple ordinaire d'ordre r contenant k cuspides, on a $I_p = \frac{r(r+1)}{2} + k - 2$, $I_l = r-2$. — La singularité la plus générale est considérée comme résultant de la juxtaposition de points multiples infiniment voisins. Si $r_1, r_2, \ldots, r_s$ sont les

ordres de ces points, on a: $I_p = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{s} \frac{r_i(r_i+1)}{2} + k - s - 1$, k désignant le nombre des cuspides. Pour avoir la valeur de I_l, on considère la singularité comme résultant de la superposition de points multiples ordinaires et de j singularités d'ordres r_i, admettant chacune une seule tangente multiple et possédant $I_{l,i}\,(i = 1, \ldots, j)$ invariants: $I_l = \sum_{i=1}^{j}(I_{l,i} - r_i) + r + 2(j-1)$, r étant l'ordre de la singularité. On a de plus, si les j singularités considérées n'ont ni cuspides ni inflexions: $I_{l,i} = I_{p,i} = \frac{1}{2}\sum_{h=1}^{s_i} r_{i,h}(r_{i,h}+1) - s_i - 1$, en supposant que la singularité résulte de la juxtaposition de s_i points multiples infiniment voisins d'ordres $r_{i,h}\,(h = 1, \ldots, s_i)$. Si un cuspide remplace un nœud dont les branches interviennent dans la juxtaposition des points multiples infiniment voisins, la valeur de $I_{l,i}$ augmente d'une unité; autrement, elle n'est pas modifiée. Pour une inflexion, on a un accroissement d'une unité.

P. Dubreil (Göttingen).

Deaux, R.: Sur les lignes hyperarithmétiques ou hyperharmoniques de k lignes coplanaires. Mathesis **45**, 87—90 (1931).

L'auteur donne dans cette note quelques constructions des tangentes pour les lignes hyperarithmétiques et hyperharmoniques de quelques lignes coplanaires.

Nil Glagoleff (Moskau).

Hollcroft, T. R.: The bitangential curve. Bull. amer. math. Soc. **37**, 82—84 (1931).

The author determines the order of the bitangential curve of an algebraic surface that has nodal and cuspidal curves. Required formula is obtained by collecting and combinating the formulas that were obtained by Cayley and Zeuthen.

Nil Glagoleff (Moskau).

Blakey, J.: The Milne quadrics of the trinodal cubic surface, and the contact conics of the harmonic envelope of the plane trinodal quartic. Proc. Edinb. math. Soc., II. s. **2**, 168—180 (1931).

The author gives in this paper an investigation of quadric connected with the cubic surface in such way that every one of them touches 24 tangent planes to the surface at 24 parabolic points of 12 lines of the double-six of lines. The author calls these quadrics in accordance with A. L. Dixon the Milne quadric. The author applies the general results obtained by W. P. Milne and A. L. Dixon to the case of the trinodal surface. In this case 36 double-six of lines are reduced to forteen and to every one of them corresponds its quadric. The author gives the method for obtaining them with the help of a map of cubic surface on a plane. Moreover he denotes the distinct types of the double-six of lines and of Milne quadric corresponding to them, as well as the distinct classes of sets of three nonintersecting lines on the surface to which various triads of Milne quadric correspond. Further on he investigates the trinodal plane quartic and studies the properties of conics touching the harmonic envelope of the quartic curve at six points. He determines Steiner's complexes and cubic envelopes corresponding to various types of conics. Concluding his paper the author draws a parallel between the results which are obtained for the trinodal cubic surface and those for a trinodal plane quartic.

Nil Glagoleff (Moskau).

Welchman, W. G.: On elliptic quartic curves with assigned points and chords. Proc. Cambridge philos. Soc. **27**, 20—23 (1931).

Welche ist die Anzahl n_p der Raumkurven 4. Ordnung 1. Art, die durch p gegebene Punkte hindurchgehen und $q = 8 - p$ gegebene Geraden allgemeiner Lage zweimal schneiden? Dies ist die Frage, die in dieser Arbeit behandelt und gelöst wird. Für $p = 8,7,6,5,4$ wird n_p mit unmittelbaren geometrischen Betrachtungen bestimmt (für $p = 4$ mit analytischen Erläuterungen). Es ist $n_8 = 1$, $n_7 = 0$. Um eine allgemeine