BEHNKE, H.
Math. Annalen, Bd. 136, S. 387—392 (1958)

Otto Blumenthal zum Gedächtnis

Von

HEINRICH BEHNKE in Münster (Westf.)

Im Jahre 1938 mußte der damalige geschäftsführende Redakteur der Mathematischen Annalen, Otto Blumenthal, nach 32 Jahren aufopferungsvoller Tätigkeit auf Grund der nationalsozialistischen Eingriffe in die Pressefreiheit die Redaktion der Zeitschrift niederlegen. Die 20jährige Wiederkehr der Zeit seines Ausscheidens aus einer für das mathematische Leben in Deutschland so wichtigen Stellung und die Dankbarkeit, die unsere Redaktion ihm entgegenbringt, veranlaßt uns, seiner jetzt zu gedenken.

Otto Blumenthal stammt aus Frankfurt am Main, wo er als Sohn eines Arztes am 20. Juli 1876 geboren ist. Er besuchte das humanistische Gymnasium seiner Vaterstadt und hat sich zeit seines Lebens den Humaniora eng verbunden gefühlt. Noch im Alter las er lateinische und griechische Texte. Sein Sprachtalent und sein philologisches Interesse waren für einen Mathematiker völlig ungewöhnlich. Er sprach, las und schrieb noch als älterer Mann geläufig Französisch, Englisch und Russisch. Außerdem besaß er umfassende Kenntnisse der italienischen, holländischen und bulgarischen Sprache. Mit Vorliebe führte er gelehrte theologische Gespräche.

Als Abiturient muß er sehr geschwankt haben, welchen Wissenschaften er sich im Studium widmen solle. Er erwog lange — wie er selbst berichtete — Philologe zu werden, begann dann aber Ostern 1894 als Mediziner wie sein Vater. Doch im folgenden Winter wechselte er endgültig zur Mathematik und Physik über. Dazu wählte er die Universität Göttingen. Dort wirkte damals schon Felix Klein. Ostern 1895, also zum 2. Blumenthalschen Fachsemester, kam David Hilbert als Nachfolger von Heinrich Weber zur Georgia Augusta. Damit begann die Glanzzeit Göttingens.

In Hilberts Lebensgeschichte [34] berichtet Blumenthal eindrücklich von dem ersten Erscheinen Hilberts unter den Studenten in Göttingen. Doch Blumenthal war noch zu jung, um sogleich mit Hilbert in persönliche Verbindung treten zu können. Sein akademischer Lehrer war zunächst vor allem Adolf Sommerfeld. „Blumenthal war mein Lieblingsschüler", schreibt Sommerfeld in seinen handschriftlichen Erinnerungen, die er mir in seinem letzten Lebensjahr noch zugehen ließ.

Der Bund zwischen den beiden begann mit Sommerfelds Vorlesung über Wahrscheinlichkeitsrechnung im Sommer 1895. Dort fiel ihm der 19jährige Otto Blumenthal durch seine Intelligenz auf. Er war — so äußert sich Sommerfeld — äußerst bescheiden und anspruchslos. Eher hatte er zu wenig als zu viel

Selbstvertrauen. Im folgenden Semester las Sommerfeld projektive Geometrie. Da zeigte Blumenthal schon ein überlegenes geistiges Geschick — verbunden mit manueller Ungeschicklichkeit. In den nächsten Jahren wurde die Verbindung zwischen Sommerfeld und Blumenthal immer enger. Blumenthal widmete dann seine Dissertation [1], die 1898 entstand, seinem Lehrer Sommerfeld. 1905 wurde Blumenthal auf Veranlassung des großen theoretischen Physikers dessen Kollege in Aachen. So war eine Freundschaft, die für das ganze Leben währen sollte, entstanden.

Bei Hilbert hat Blumenthal zunächst nichts gehört. Von dessen Vorlesungen schreibt er, daß sie schmucklos gewesen seien. Die entscheidende Begegnung mit Hilbert fällt erst in die Zeit der höheren Semester. Damals hielt Hilbert gemeinsam mit Klein funktionentheoretische Seminare ab und bemühte sich sehr um die einzelnen Teilnehmer. So mußte ihm Blumenthal auffallen. Der wurde nun sein erster Doktorand und eröffnete so die glänzende Reihe der Hilbertschüler.

Blumenthal ging dann für einige Semester nach Paris und studierte bei Emile Borel und Camille Jordan. Die so gewonnene Beziehung zur französischen Mathematik hat er stets weiter gepflegt. Später sind dann auch einige Arbeiten im Anschluß an Borels Untersuchungen über ganze Funktionen von ihm verfaßt [9, 10, 11].

1901 habilitierte sich Blumenthal in Göttingen mit Untersuchungen zu den Modulfunktionen von mehreren Veränderlichen [3, 4]. Veranlassung dazu gab Hilberts Interesse an Verallgemeinerungen der Modulfunktionen für mehrere Veränderliche zur Beherrschung der (relativ) abelschen Zahlkörper[1]).

Zu jedem total reellen algebraischen Zahlkörper K_1 vom n^{ten} Grade wird die Gruppe der Transformationen des Raumes der komplexen Veränderlichen $z_1, \ldots, z_n$:

$$z_i^* = \frac{\alpha_i z_i + \beta_i}{\gamma_i z_i + \delta_i}, \quad \alpha_i \delta_i - \beta_i \gamma_i = \varepsilon_i,$$

zugeordnet. Dabei sind α_1, β_1, γ_1, δ_1 beliebige ganze Zahlen aus K_1 mit der Nebenbedingung, daß ε_1 eine total positive Einheit ist. Die α_i, β_i, γ_i, δ_i sind die dazu konjugierten Zahlen, wobei ε_i für jedes i eine positive Einheit sein soll.

Diese Gruppe heißt heute die Hilbertsche Modulgruppe zu K_1. Sie transformiert bekanntlich den Teilraum T des $C^n: J(z_i) > 0, i = 1, \ldots, n$, in sich und ist dort eigentlich diskontinuierlich. Blumenthal untersuchte diese Gruppe und stellte dazu einen Fundamentalbereich auf, der mit dem Rande von T nur einen Punkt gemeinsam hat. Unter den Modulfunktionen von n Veränderlichen werden nun die in T meromorphen Funktionen verstanden, die invariant gegenüber der Modulgruppe sind. Blumenthal bewies, daß der Körper der Modulfunktionen zu einem festen Körper K ein endlich algebraischer Funktionenkörper in n Unbestimmten über C^n ist. Insbesondere ist durch je $n+1$

---

1) Siehe dazu: HILBERTS Vortrag auf dem internationalen Mathematiker-Kongreß Paris 1900 (Nachr. Ges. d. Wiss. Göttingen 1900), Problem 12 und E. HECKE, Höhere Modulfunktionen und ihre Anwendung auf die Zahlentheorie. Math. Ann. 71, 1 (1902).

geeignet gewählte Modulfunktionen jede andere zu K gehörige Modulfunktion rational ausdrückbar.

Aussagen über algebraische Abhängigkeiten von Funktionen haben seitdem ein großes Interesse gefunden. Das gilt allerdings vor allem für kompakte komplexe Räume (Satz von W. L. Chow[2]), während der Fundamentalbereich der Hilbertschen Modulgruppe nicht kompakt ist.

Am Schluß der großen Arbeit von Blumenthal (Teil II, S. 526) macht der Autor eine kritische Bemerkung zu der Hypothese von Wirtinger, daß „eine Funktion von n Veränderlichen, welche in jeder Variablen algebraisch ist, bei konstanten Werten der übrigen, auch eine algebraische Funktion von n Veränderlichen ist". Diese Aussage hat man jahrzehntelang diskutiert und zu beweisen versucht. Heute ist sie (unter der stillen Voraussetzung, daß gemeint ist, algebraisch in allen Funktionselementen über jedem Punkte des nach Osgood abgeschlossenen C^n) ein spezieller Fall eines Satzes von W. L. Chow.

Durch die Blumenthalschen Untersuchungen entstand neben den 2 n-fach periodischen Funktionen von Riemann und Weierstraß eine zweite Klasse meromorpher Funktionen in n Veränderlichen, die von besonderem zahlentheoretischen Interesse waren. Zwar sind 2 Jahrzehnte verflossen, bis weitere Untersuchungen zu diesen Modulfunktionen von mehreren Veränderlichen erschienen. Seitdem hat sich jedoch eine umfangreichere Literatur dazu entwickelt[3]).

Blumenthal schrieb unmittelbar im Anschluß an seine Arbeiten zu den Modulfunktionen einen Beitrag zum Eliminationsproblem bei analytischen Funktionen mehrerer Veränderlichen [5]. Das Ergebnis dieser Arbeit lautet: Sind in einem kompakten Gebiet $G \subset C^n$ m holomorphe Funktionen

$$f_n(z_1, \ldots, z_n), \quad n = 1, \ldots m ,$$

gegeben, so wird durch die Gleichungen

$$f_1 = 0, \ldots, f_m = 0$$

eine „analytische Menge" definiert, die in *endlich viele* in G irreduzible Komponenten zerfällt. Ist $m < n$, so ist diese Menge überall mindestens $(n - m)$-dimensional[4]).

Dieser Satz ist grundlegend für die heutige Theorie der analytischen Mengen geworden. In der heutigen Terminologie würde man ihn so formulieren: Ist K eine kompakte Menge in einem komplexen Raum X und A eine analytische Menge in X, so dringen in K nur endlich viele der irreduziblen Komponenten von A ein.

Blumenthal hat später, in der Festschrift zu Heinrich Webers 70. Geburtstag 1912, noch einmal ein wichtiges Problem der Funktionentheorie mehrerer

---

[2]) Siehe REINHOLD REMMERT: Meromorphe Funktionen in kompakten komplexen Räumen. Math. Ann. **132**, 277—288 (1956) besonders S. 279.

[3]) Siehe Arbeiten von E. HECKE, H. D. KLOOSTERMAN, F. GÖTZKY, H. MAASS, N. G. DE BRUIJN, H. PETERSSON, M. KOECHER, O. HERRMANN, M. HERVÉ u. K. B. GUNDLACH.

[4]) Siehe WALTER RÜCKERT: Zum Eliminationsproblem der Potenzreihenideale. Math. Ann. **107**, 259—281 (1932) und REINHOLD REMMERT u. KARL STEIN: Über die wesentlichen Singularitäten analytischer Mengen. Math. Ann. **126**, 263—306 (1953).

Veränderlichen aufgegriffen. E. E. Levi hatte unmittelbar vorher die Hyperflächen untersucht, die im C^n den Rand von Holomorphiegebieten bilden können. Er hatte für diese Flächen eine notwendige und lokal auch hinreichende Bedingung aufgestellt[5]). Die Frage, ob diese Bedingung im Großen auch hinreichend ist, war der Leitfaden, an dem sich für 30 Jahre die Funktionentheorie mehrerer Veränderlichen entwickeln sollte[6]). Blumenthal war der erste, der auf die grundlegende Bedeutung dieses Problems hinwies [13]. Seine provisorische Antwort, die er mit 2 Beispielen begründete, war falsch. Das mindert aber nicht die Bedeutung dieser Arbeit, die akut blieb, bis K. Oka 1942 die endgültige Antwort fand[7]).

Vom Herbst 1901 bis Ostern 1904 und im Sommersemester 1905 lehrte Blumenthal in stetem, engen Gedankenaustausch mit Hilbert in Göttingen. Dazwischen war er ein Jahr zur Vertretung eines Ordinarius in Marburg tätig. Im Herbst 1905 übernahm er dann den Lehrstuhl in Aachen, den er bis zu seiner Vertreibung aus dem Amte im Herbst 1933 inne hatte. Sein Fortgang von Göttingen hat die Bindungen an Hilbert nicht gelockert. Seiner besonderen Stellung als ältester Schüler Hilberts hat Blumenthal sich zeit seines Lebens verpflichtet gefühlt. Seinem Meister zu helfen und im Interesse der schnell anwachsenden Göttinger Schule zu wirken, ist ihm allzeit eine Verpflichtung geblieben. So war er auch ausersehen, die Lebensgeschichte Hilberts zu schreiben [34]. Er führte diese Aufgabe mit größter Sorgfalt durch. Alle Einzelheiten aus dem Leben Hilberts, die er in Erfahrung bringen konnte, wurden auf die Verwendbarkeit in dieser umfangreichen und objektiven Darstellung von hohem Niveau geprüft. Das, was so entstand, ist von erstaunlicher Eindringlichkeit. Auch der junge Mathematiker unserer Tage, dem Hilbert und sein Kreis nicht mehr lebensnah sein kann, muß bei der Lektüre der Blumenthalschen Darstellung in ihren Bann gezogen werden.

In Blumenthals eigenem Sonderdruck liegt eine handgeschriebene Karte des Meisters, auf der dieser von seinem Glück schreibt, in Blumenthal einen so glänzenden Interpreten seines Lebenswerkes gefunden zu haben.

Eine weit umfangreichere Arbeit, die Blumenthal im Interesse der Göttinger Schule übernahm, war die Geschäftsführung der Mathematischen Annalen. 1902 war Hilbert neben Klein Herausgeber geworden. Doch Klein war völlig überlastet, und Hilbert lagen die Geschäfte nicht. So übernahm Blumenthal 1906 die Bürde der Geschäftsführung. Mit Sorgfalt las er jedes Manuskript und informierte Klein und Hilbert gewissenhaft über seine Eindrücke. 32 Jahre hat er so für die Annalen mit immer wachsendem Anteil an der Verantwortung gewirkt. In späteren Jahren ruhte die ganze Initiative der Redaktion bei ihm. In den Jahren 1925—1935, als 2, ja gelegentlich 3 Bände im Jahre

[5]) Siehe E. E. LEVI: Studii sui punti singolari essenziali delle funzioni anal. di due o più var. compl. Ann. Mat. pur. appl. (3) **17** (1910); **18** (1911) und HEINRICH BEHNKE u. PETER THULLEN: Theorie der Funktionen mehrerer komplexen Veränderlichen. Ergebn. Math. **3**, 3 (1938), II, 3 und IV, 3.

[6]) Siehe H. BEHNKE u. K. STEIN: Die Singularitäten der analytischen Funktionen mehrerer Veränderlichen. Nieuw Arch. Wisk. **23**, 227—242 (1949).

[7]) OKA, K.: VI. Domaines pseudoconvexes. Tohôku math. J. **49**, 15—52 (1942).

erschienen, hat er den größten Teil seiner Arbeitskraft unserer Zeitschrift gewidmet. Ihm gelang es, vor allem in dafür sehr ungünstigen Zeiten, den internationalen Charakter der Annalen zu wahren. Dazu verhalfen ihm seine Sprachkenntnisse und die Pflege der internationalen Beziehungen, wie er sie aus Göttingens Glanzzeit vor dem 1. Weltkrieg kannte.

Noch eine stattliche Reihe eigener Arbeiten hat er publiziert. Sie sind erstaunlich vielseitig. Sie betreffen Infinitesimalrechnung, gewöhnliche und partielle Differentialgleichungen, Integralgleichungen, Differentialgeometrie und angewandte Mathematik. Sie zeugen alle von der umfangreichen Fachbildung, seinem Interesse an der neuesten Literatur und den Anregungen, die er aus seiner Lehrtätigkeit bezog.

Sein Lehramt in Aachen hat er jederzeit mit Eifer ausgefüllt und vielfach sich auch um solche Dinge bemüht, die nebenamtlich einem deutschen Professor anvertraut werden. Gegenüber jedem Studenten, der auch nur ein wenig echtes Interesse an der Mathematik zeigte, war er von großer Geduld und Hilfsbereitschaft. Güte und Humor ergänzten in glücklicher Weise diese so humanistisch gesinnte Persönlichkeit. Strahlende, gläubige Kinderaugen hat er sich bis in sein Alter bewahrt. Harte Worte liebte er gar nicht. Als er dann 1933 ohne zwingende Gründe aus dem Amte gestoßen wurde — er war das Opfer seiner für Völkerverständigung wirkenden Gesinnung — und diese Entlassung als Christ und als Frontkämpfer (die nach dem Gesetz vor Entlassungen geschützt waren) überhaupt nicht verstehen konnte, hat er in Gesprächen mit seinen Freunden Gehässigkeit gegen das Regime nicht geduldet. 1939 war auch für ihn durch die Rassengesetze das Leben in Deutschland unerträglich geworden. Holländische Freunde nahmen ihn auf. Nach der Besetzung der Niederlande kam er in ein Sammellager und dann nach Theresienstadt. Hier ist er nach langem, eindrucksvollen Ertragen geistigen und körperlichen Leidens als ein Mensch, der sich den Glauben an die hohen Güter des Menschengeschlechtes stets erhalten hat, am 12. November 1944 verstorben.

Veröffentlichungen von Otto Blumenthal

[1] Über die Entwicklung einer willkürlichen Funktion nach den Nennern eines Stieltjesschen Kettenbruches. Diss. Göttingen 1898. 57 S.

[2] Die Bewegung der Ionen beim Zeemanschen Phänomen. Z. Math. u. Phys. **45**, 119—136 (1900).

[3, 4] Über Modulfunktionen von mehreren Veränderlichen. Math. Ann. **56**, 509—548 (1903); **58**, 497—527 (1904).

[5] Zum Eliminationsproblem bei analytischen Funktionen mehrerer Veränderlicher. Math. Ann. **57**, 356—368 (1903).

[6] Über Thetafunktionen und Modulfunktionen mehrerer Veränderlicher. Jber. dtsch. Math.-Ver. **13**, 120—133 (1904).

[7] Bemerkung zur Theorie der automorphen Funktionen. Nachr. Ges. Wiss. Göttingen **1904**, 92—97.

[8] Über die Zerlegung unendlicher Vektorfelder. Math. Ann. **61**, 235—250 (1905).

[9] Über ganze transzendente Funktionen. Jber. dtsch. Math-Ver. **16**, 97—109 (1907).

[10] Sur le mode de croissance des fonctions entières d'ordre infini. 147 S. Paris: Gauthier-Villars 1910.

[11] Principes de la théorie des fonctions entières. Bull. Soc. math. France **35**, 213—232 (1907).

[12] Kanalflächen und Enveloppenflächen. Math. Ann. **70**, 377—404 (1911).
[13] Bemerkungen über die Singularitäten analytischer Funktionen mehrerer Veränderlichen. Festschrift Heinrich Weber 1912, 11—22.
[14] Über asymptotische Integration linearer Differentialgleichungen, mit Anwendung auf eine asymptotische Theorie der Kugelfunktionen. Arch. Math. u. Phys. (3) **19**, 136—174 (1912).
[15] Über asymptotische Integration von Differentialgleichungen mit Anwendung auf die Berechnung von Spannungen in Kugelschalen. Z. Math. u. Phys. **62**, 343—358 (1914). Auszug, vorher erschienen in Proc. fifth internat. Congress of Math., Cambridge **2**, 319—327 (1912).
[16] Genauigkeit der Wurzeln linearer Gleichungen. Z. Math. u. Phys. **62**, 359—362 (1914).
[17] Über die Druckverteilung längs Joukowskischer Tragflächen. Flugtechn. u. Motorluftschiffahrt **4**, 125—130 (1913).
[18] Einfache Beispiele ungleichmäßig konvergenter Reihen. Ann. Acad. Polytechn. Porto **8** (1913), 5 S.
[19] Zum Turbulenzproblem. S.-B. bayr. Akad. Wiss. **1913**, 563—595.
[20] Einige Minimums-Sätze über trigonometrische und rationale Polynome. Math. Ann. **77**, 390—403 (1916).
[21] KARL SCHWARZSCHILD. Jber. dtsch. Math. Ver. **26**, 56—75 (1917).
[22] Berechnung eines einstieligen Doppeldeckers mit Berücksichtigung der Kabelvorspannungen. Techn. Ber. herausgegeben von der Flugzeugmeisterei der Inspektion der Luftschiffertruppen **3**, 152—169 (1918).
[23] Über trigonometrische Polynome mit einer Minimumseigenschaft. Math. Z. **1**, 285 bis 302 (1918).
[24] Über eine neue Randwertaufgabe bei elastischen Membranen. Math. Z. **3**, 213—264 (1919).
[25] DAVID HILBERT. Naturwissenschaften **10**, 67—72 (1922).
[26, 27] Über rationale Polynome mit einer Minimumseigenschaft. Math. Ann. **85**, 160 bis 171 (1922); J. reine u. angew. Math. **165**, 137—245 (1931).
[28] Bemerkung zu der Arbeit des Herrn POPOFF: Über die Gewinnung summierbarer Potenzreihen aus summierbaren Fourier-Reihen. Math. Ann. **89**, 126—129 (1923).
[29] Einige Anwendungen der Sehnen- und Tangententrapezformeln. CHRISTIAN HUYGENS **3**, 1—17 (1924).
[30] Zur Einführung in die Infinitesimalrechnung. Z. math. u. phys. Unterr. **57**, 200—203 (1926).
[31] Einige Anwendungen der Integralform des Taylorschen Restglieds. „Probleme der modernen Physik. ARNOLD SOMMERFELD zum 60. Geburtstag gewidmet". S. 157—165. Leipzig: S. Hirzel 1928.
[32] Über Polynome mit gewissen Minimumseigenschaften, nebst einiger Anwendung auf die Theorie der ganzen Funktionen. Trav. I. Congrès Math. l'URSS. S. 262—268. Kharkow 1930.
[33] Zu den Entwicklungen nach Eigenfunktionen linearer symmetrischen Integralgleichungen. Math. Ann. **110**, 726—733 (1935).
[34] Lebensgeschichte von DAVID HILBERT. DAVID HILBERT, gesammelte Abhandlungen III. S. 388—429. Berlin: Julius Springer 1935.
[35] Über die Knickung eines Balkens durch Längskräfte. Z. angew. Math. u. Mech. **17**, 232—244 (1937).
[36] La Géométrie des Polynomes Binomiaux. C. R. Congrès Sci. Math. Liège, 17—22 juillet 1939.
[37] Enkele Benaderingsformules voor bepaalde Integralen. Mathematica B, **10**, 25—38 (1941—1942).
[38] Het Isoperimetrische Vraagstuk. (Gemeinsam mit J. WOLFF.) Zu HILBERTS 80. Geburtstag.

(Eingegangen am 9. November 1958)